

Comparação de Modelos com Não Linearidade Concentrada ou Distribuída na Análise “Pushover” de Pontes em Betão Armado



Rui Ribeiro¹



Ricardo Monteiro²



Raimundo Delgado³

RESUMO

A análise estática não linear, análise *pushover*, como ferramenta de análise sísmica de pontes é, actualmente, uma opção que permite uma melhor precisão na avaliação sísmica estrutural, procurando-se com este trabalho contribuir para o estudo das potencialidades da aplicação deste tipo de análise através do procedimento proposto no EC8.

Apresenta-se, neste trabalho, o estudo do comportamento sísmico, através da análise *pushover*, de sete pontes de betão armado com diferentes configurações geométricas, em que se considera o comportamento não-linear material segundo duas diferentes metodologias: rótulas plásticas concentradas e não-linearidade distribuída ao longo do elemento estrutural pelo modelo de fibras.

Seleccionando alguns dos parâmetros da resposta sísmica, é elaborado um coeficiente que relaciona as diferentes análises para cada uma das pontes e realizada uma comparação de resultados entre as diferentes metodologias *pushover*. Os resultados globais obtidos são então analisados e discutidos, de forma a identificar as vantagens e limitações das diferentes análises e metodologias.

PALAVRAS-CHAVE

Comportamento sísmico, Pushover, Pontes, Rótula plástica, Não-linearidade distribuída.

¹ Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Instituto da Construção. rui.andre.ribeiro@fe.up.pt

² Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Dep. Eng. Civil. rdelgado@fe.up.pt

³ Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Dep. Eng. Civil. ricardo.monteiro@fe.up.pt

1. INTRODUÇÃO

Actualmente, o uso de análise estática não-linear com recurso a curvas *pushover*, na avaliação do comportamento e previsão das exigências das estruturas sujeitas à acção sísmica, é uma metodologia fortemente apelativa, sendo cada vez mais usada no estudo do comportamento sísmico de estruturas novas ou existentes. O seu objectivo é avaliar o comportamento estrutural, efectuando uma análise estática não-linear, confrontando-o com a capacidade resistente e de deformação, para determinado nível de performance da estrutura. A avaliação é feita com base em parâmetros estruturais importantes como o *drift* nos pilares, deformações e esforços nos elementos ou dos níveis de ductilidade da estrutura.

Essencialmente, a análise estática não-linear, análise *pushover*, consiste em solicitar a estrutura até um deslocamento alvo, utilizando, para esse fim, uma carga distribuída uniforme ou proporcional ao seu primeiro modo de vibração, e considerando o comportamento não-linear material dos elementos estruturais. Embora uma análise *pushover* permita obter informação crucial sobre parâmetros de resposta que não podem ser obtidos com as convencionais análises lineares estáticas e lineares dinâmicas, como o nível de ductilidade, deformações plásticas, ponto de performance ou migração de esforços, o método não está isento de algumas limitações como a dificuldade em incluir os efeitos de modos de vibração elevados ou a degradação de rigidez progressiva da estrutura.

Utilizando a metodologia de análise não-linear estática, análise *pushover*, prevista pelo EC8, é objectivo deste trabalho a análise de um conjunto de pontes, procurando identificar as potencialidades dessa metodologia bem como eventuais limitações. A não linearidade material das pontes será analisada, paralelamente, com modelos de rótula plástica e de fibras (modelos de plasticidade concentrada e distribuída) utilizando um conjunto de sete pontes. Os resultados do estudo paramétrico das duas variantes serão confrontados com o objectivo de concluir quanto às respectivas vantagens e desvantagens na sua utilização.

2. ANÁLISE SÍSMICA COM “PUSHOVER”

2.1 Comportamento não linear

Para se proceder à análise não linear do comportamento sísmico de pontes e viadutos, uma das primordiais necessidades consiste na identificação das zonas críticas sujeitas a dano, devido a aí se mobilizarem os esforços mais elevados e, portanto, onde serão de esperar os principais fenómenos de não linearidade. É nestas zonas que ocorre o comportamento histerético de dissipação de energia, devendo existir, portanto, nessas secções grandes disponibilidades em termos de ductilidade, conferida principalmente pela quantidade e correcta disposição das armaduras. Nas pontes este comportamento não-linear é esperado essencialmente nas extremidades dos pilares (Fig. 1), numa ou em ambas dependendo das condições de apoio do elemento em causa.

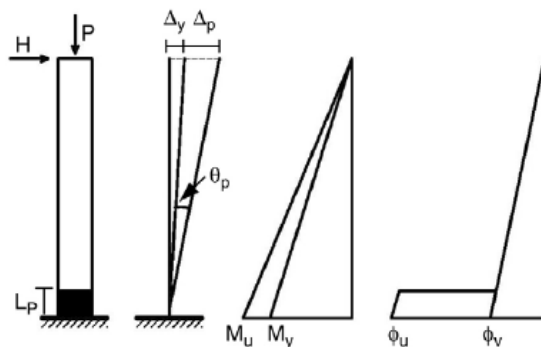


Figura 1. Zona de comportamento não-linear na extremidade de um pilar encastado.

Este comportamento inelástico dos elementos estruturais da ponte, ocorre essencialmente, quando o sismo provoca deformações que forçam os materiais que os constituem a entrar no domínio não-linear do seu comportamento (não-linearidade material). Outro tipo de comportamento inelástico da estrutura deve-se ao aumento dos esforços pela alteração da sua configuração geométrica, chamados efeitos de 2ª ordem (não-linearidade geométrica).

Existem duas filosofias na modelação analítica do comportamento inelástico de estruturas sujeitas a acção sísmica: a idealização da plasticidade concentrada e a consideração da plasticidade distribuída.

2.1.2 Modelos de plasticidade concentrada

Para a implementação da análise estática não-linear *pushover*, a modelação é um dos passos mais importantes. O modelo deve considerar a não linearidade material dos elementos que formam a estrutura, que no caso em estudo é a do material composto – betão armado. Tal modelação requer a determinação das propriedades não lineares de cada componente da estrutura quantificadas segundo leis de comportamento inelástico no formato força – deformação (leis momento – curvatura neste caso).

A discretização de elementos barra em elementos finitos de comportamento não-linear pode ser efectuada de duas formas: como uma plasticidade concentrada ou como uma plasticidade distribuída. No modelo de plasticidade concentrada, o comportamento não-linear do elemento barra é concentrado numa mola rotacional nas extremidades do elemento de comportamento elástico. De facto, a informação recolhida ao longo dos últimos anos sobre o comportamento sísmico de pontes, permite concluir que os pilares de pontes sobre o efeito sísmico, apresentam uma clara tendência para concentrar o seu comportamento não-linear em zonas bem delimitadas do seu desenvolvimento, assumindo desta forma, um comportamento de plasticidade concentrada.

A idealização da concentração de plasticidade em zonas bem delimitadas de elementos estruturais, isto é, formação de rótulas plásticas em posições específicas do elemento, é correntemente usada para estimar a sua real capacidade de deformação, permitindo considerar as contribuições do comportamento não-linear material. Esta metodologia tem como grande vantagem a simplificação na implementação da análise não-linear, pois aligeira os processos numéricos de resolução do problema.

A capacidade última de deformação do elemento depende da curvatura última e do comprimento da rótula plástica que dependem essencialmente da extensão da zona em que se verifica a plastificação de armaduras, logo, diferentes critérios na definição destas variantes podem implicar um nível de deformação diferente. Além da plastificação das armaduras, outros dois fenómenos podem influenciar o comprimento da rótula plástica, designadamente o yield penetration e o efeito do esforço transversal (Fig. 2), discutidos com maior rigor em Delgado, 2000 [1].

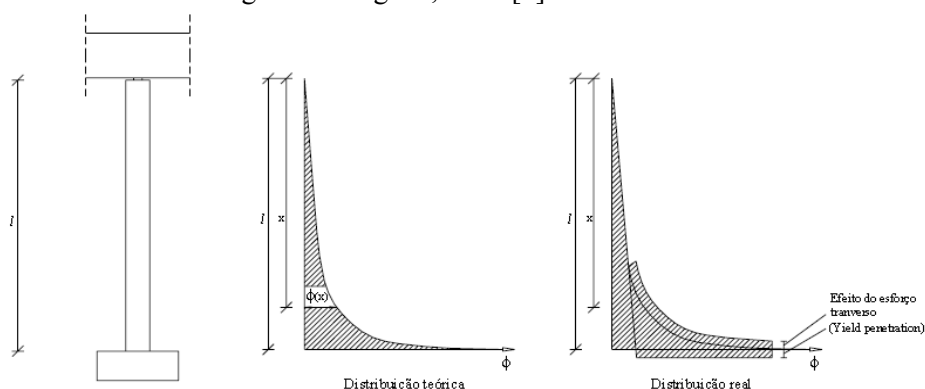


Figura 2. Exemplo da distribuição de curvaturas admitida num pilar encastrado (*esquerda*) e a sua distribuição real com indicação do efeito de *yield penetration* e do esforço transversal (*direita*) [1].

Diversos trabalhos sugerem equações para determinação do comprimento da rótula da plástica em elementos de betão armado, tendo como base a idealização duma relação momentos-curvaturas elasto-plástica e uma curvatura plástica constante na zona de formação da rótula. Apesar de na realidade não se verificarem esses princípios, a calibração com resultados experimentais tem demonstrado a fiabilidade das mesmas. No presente trabalho o comprimento da rótula plástica l_p , é obtido utilizando a fórmula proposta por Kappos, 1991 [2] apresentada na Equação (1).

$$l_p = 0.08l + 6\phi_{Asl} \quad (1)$$

onde

l – comprimento do pilar de betão armado (m);

ϕ_{Asl} – diâmetro da armadura longitudinal (m);

De referir que os diagramas momentos – curvaturas obtidos para as secções de betão armado são representativos de uma secção sobre carregamento monotónico. Estes tipo de diagrama é suficiente pois as leis sobre carregamento monotónico fornecem toda a informação necessária à realização do *pushover*, não considerando portanto, os efeitos de carregamentos cíclicos como a dissipação histerética de energia envolvendo a degradação de rigidez e resistência e o efeito de *pinching*.

Para a aplicação da análise *pushover* segundo a metodologia de rótula plástica é necessário a utilização de um software de elementos finitos de barra para o modelo global da estrutura a analisar, e um segundo programa para obter as leis momentos – curvaturas que servem de base para a análise estática não-linear, utilizando-se no âmbito deste trabalho, o programa comercial SAP2000 [3] e o programa desenvolvido por C. Trancoso Vaz, 1992 [4] baseado no modelo de fibras BIAX.

2.1.3 Modelos de plasticidade distribuída

A filosofia de modelação da não-linearidade distribuída através do modelo de fibras descreve com maior precisão as características estruturais contínuas de elementos de betão amado, requerendo simplesmente os dados geométricos e as características materiais para realização da análise. A modelação por fibras representa a propagação da não-linearidade pela sua secção transversal e ao longo do desenvolvimento do elemento, consequentemente, permite uma estimativa mais rigorosa da distribuição do dano estrutural, mesmo num nível inelástico elevado.

As formulações para a resolução numérica duma análise por fibras podem ser baseadas na rigidez do elemento ou na sua flexibilidade. O SEISMOSTRUCT, programa *freeware* de análise sísmica estrutural desenvolvido por Stelios Antoniou e Rui Pinho [5] utilizado no âmbito deste trabalho, utiliza a formulação clássica baseada na rigidez desenvolvida por Izzuddin, 2001 [6].

A adopção da formulação cúbica baseada na rigidez permite a representação da propagação da inelasticidade ao longo do comprimento do elemento assim como a consideração da interacção entre o seu esforço axial e a deformação transversal [7]. Para a integração numérica desta formulação são usados dois pontos de *Gauss* por elemento, onde a secção de betão armado é discretizada segundo um modelo de fibras, Fig. 3.

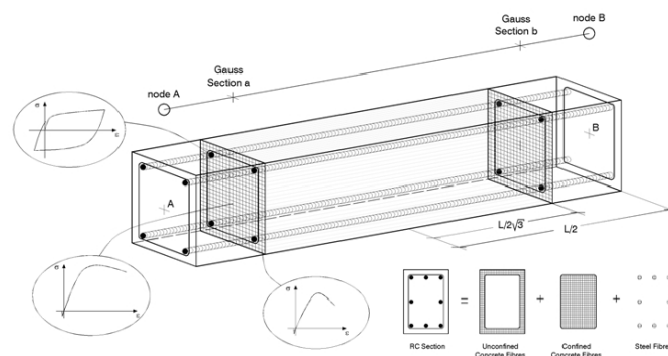


Figura 3. Discretização da secção transversal de um elemento tipo de betão armado.

2.2 Pushover

O método de análise estática não linear, análise *pushover*, é um passo intermédio na avaliação sísmica de estruturas que tem vindo a ganhar protagonismo ao longo dos últimos anos como ferramenta de estudo e de verificações de dimensionamento, na medida em que pode fornecer parâmetros do seu desempenho, esforços e ductilidade, que não são possíveis de obter com uma análise elástica corrente, sem contudo exigir o esforço de uma análise dinâmica não-linear. A análise *pushover* fornece a curva de capacidade da estrutura, a curva que relaciona o corte basal global com o deslocamento de um nó de controlo, esta curva permite avaliar a exigência de determinado cenário sísmico e concluir sobre a sua adequada performance, através de estimativas realistas de esforços e de deformações. Finalmente, este tipo de análise permite também prever a sequência de cedência e/ou rotura de elementos estruturais à medida em que se progride na curva global de capacidade da estrutura.

O *pushover* convencional consiste na aplicação de um carregamento monotónico crescente de um padrão de carga lateral predefinido, mantido constante ao longo da análise. Como facilmente se compreende, o procedimento convencional do *pushover* apresenta algumas limitações, principalmente relacionadas com a sua incapacidade de contar com a degradação de rigidez e variação das características dinâmicas da estrutura ao longo da análise. Como resultado, os anos recentes testemunharam o surgimento dos métodos *pushover* adaptativos, que ultrapassam as referidas limitações, pelo menos sob o ponto de vista conceptual. No âmbito deste trabalho, as aplicações da análise *pushover* são executadas seguindo a metodologia proposta pelo EC8 baseada no método N2 [8]. Uma descrição detalhada de todo o procedimento de análise pode ser consultada no trabalho de Ribeiro, 2008 [9].

3. PONTES EM ESTUDO

3.1 Modelos das pontes

As pontes em betão armado que servem de base ao estudo paramétrico das duas metodologias de análise *pushover* segundo o EC8 (plasticidade concentrada ou distribuída), resultam da reformulação de um grupo de pontes estudadas no âmbito do programa de investigação PREC8-*Bridge Research Programme* [10]. A amostra das pontes a estudar é agrupada em dois conjuntos em função do seu comprimento total: pontes curtas com um comprimento de 200 m e as longas com comprimento de 400 m (viadutos com quatro e oito vãos de 50 metros). Dentro destes grupos, faz-se ainda a distinção das pontes segundo a sua regularidade, pontes com uma disposição regular, semi-regular ou irregular em função da altura dos pilares. Deste modo, resultam um total de sete pontes para analisar, designadas pelos números 1, 2 e 3 segundo a altura dos seus pilares de 7, 14 e 21 metros, respectivamente, como indicado na Fig. 4.

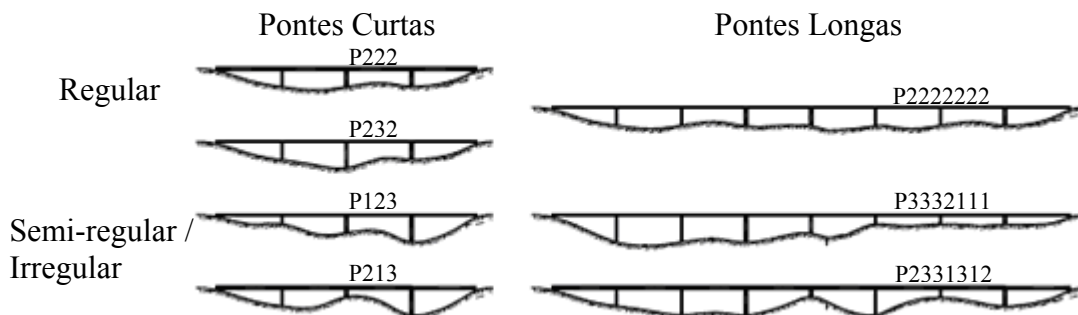


Figura 4. Configuração das pontes de betão armado a analisar.

Um dos passos mais importantes, para alcançar resultados fidedignos que representem o melhor possível a resposta sísmica da ponte aquando da análise *pushover*, passa por uma boa escolha dos critérios de modelação e pormenorização de algumas das zonas críticas da estrutura a modelar. Neste

sentido, os modelos de plasticidade concentrada (Sap2000) foram construídos de forma a serem homólogos aos modelos previamente executados no programa de fibras (Seismostruct) por Pinho, et al, 2007 [11].

Um maior detalhe sobre todas os pormenores de modelação das pontes (pilares, tabuleiro, condições fronteira e carga lateral), assim como na calibração através de análise dinâmica entre os modelos construídos no programa de fibras (SEISMOSTRUCT) e no programa de rótula plástica concentrada (SAP2000), podem ser encontrados no trabalho de Ribeiro, 2008 [9].

3.2 Coeficiente de regularidade

Para complemento do estudo da resposta sísmica do conjunto de pontes analisadas, é realizada uma classificação das mesmas de acordo com a sua regularidade. A classificação da regularidade é baseada no parâmetro R proposto por Calvi, 1993 [12] e posteriormente utilizado por Guedes, 1997 [10], expresso pela ‘Eq. (2)’, que compara a configuração da deformada modal do tabuleiro isolado e da estrutura completa (com tabuleiro e respectivos pilares).

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\bar{\Phi}_i}{\sqrt{\bar{\Phi}_i^T [M] \bar{\Phi}_i}} [M] \frac{\bar{\Psi}_i}{\sqrt{\bar{\Psi}_i^T [M] \bar{\Psi}_i}} \right)^2}{n}} \quad (2)$$

onde Φ_i e Ψ_i representam, respectivamente, os vectores próprios do tabuleiro desprezando ou considerando a contribuição da rigidez dos pilares incluída, $[M]$ é a matriz de massa e n o número de modos considerado para a análise modal.

O factor R varia entre 0 e 1, reproduzindo a forma como a configuração da deformada da estrutura completa da ponte se afasta ou aproxima mais da configuração modal do tabuleiro isolado para os n primeiros modos considerados. Deste modo, as pontes com uma configuração mais regular apresentam valores de R mais próximo de 1.

Assim sendo, considerando apenas os três primeiros modos transversais, com a massa do sistema representada pela massa do tabuleiro condensada nos seus nós de extremidade e sobre os pilares (matriz de massa diagonal), e de acordo com os factores de regularidade obtidos [Quadro 1 e Quadro 2], pode-se classificar as pontes por ordem crescente de regularidade: P213, P123, P232 e P222 para as curtas e P3332111, P2331312 e P2222222 para as longas.

3.3 Acção sísmica

A definição dos espectros que caracterizam a acção sísmica a utilizar nas análises *pushover* é obtida de uma amostra de 10 registos sismográficos seleccionados de um conjunto de sismos históricos escalados para respeitarem a probabilidade de 10 % em exceder o espectro uniforme de risco para Los Angeles em 50 anos (período de retorno de 475 anos), o que corresponde ao nível de intensidade de 1.0 [13]. Adicionalmente, são também considerados outros cinco níveis de intensidade linearmente proporcionais ao referido anteriormente, e designados pelos factores de 0.5, 0.75, 1.5, 3.0 e 3.5, permitindo, assim, ter uma perspectiva da evolução dos resultados com o aumento da intensidade sísmica.

4. APLICAÇÃO “PUSHOVER” A PONTES

No estudo paramétrico implementado pretende-se fundamentalmente comparar os diferentes parâmetros de resposta de cada uma das pontes, em função da intensidade sísmica considerada, do tipo de análise *pushover* aplicada (diferentes variantes mencionadas) e do índice de regularidade das pontes, para as duas metodologias abordadas, plasticidade concentrada ou distribuída.

Para estudar a resposta sísmica de cada uma das pontes foram controlados os nós na face inferior do tabuleiro (deslocamentos do tabuleiro), os nós do tabuleiro em correspondência aos pilares da ponte (momentos do tabuleiro), os nós da base dos pilares (corte dos pilares) e os nós dos encontros à esquerda e direita da ponte (corte nos encontros). Utilizando os valores máximos ou médios do conjunto de elementos controlados para cada um dos parâmetros a analisar, a relação entre os resultados das duas metodologias de análise é apresentada como o quociente entre o valor obtido com SAP2000 são e com SEISMOSTRUCT.

4.1 Coeficientes BI relativos ao conjunto das pontes

Este quociente, denominado de BI (*bridge index*), é calculado para o parâmetro geral Δ , na posição i , segundo a 'Eq. (3)', e representa o grau de aproximação da análise *pushover* com rótula plástica à realizada com modelo de fibras, quando a aproximação é perfeita BI tende para a unidade. Como referido anteriormente, o parâmetro Δ_i é, para cada uma das análises determinado de duas formas distintas, utilizando os respectivos valores máximos 'Eq. (4)', ou médios 'Eq. (5)'. Esta relação permite uma percepção imediata da relação entre as análises para as diferentes variantes em estudo.

$$BI = \frac{\bar{\Delta}_{i,Push SAP}}{\bar{\Delta}_{i,Push SEISMO}} \quad (3)$$

$$\bar{\Delta}_{i,Push Máx} = máximo[\Delta_{i,Push}] \quad (4)$$

$$\bar{\Delta}_{i,Push Méd} = média[\Delta_{i,Push}] \quad (5)$$

Os parametros de resposta de cada pontes em estudo para os seis níveis de intensidade e a discussão mais aprofundada dos resultados podem ser consultados no trabalho de Ribeiro (2008). Para ter uma relação do grau de precisão da análise *pushover* para cada uma das pontes estudadas, e considerando que esta ferramenta tem sentido para intensidades sísmicas consideráveis, determinou-se o factor MED BI, determinado pela mediana dos BI-máximos apresentados para as quatro intensidades mais relevantes (1.0, 1.5, 3.0 e 3.5). Este factor, determinado pela 'Eq. (6)', é representativo da resposta da ponte, indicando o nível de aproximação da análise *pushover* com diferentes as metodologias utilizadas.

$$MED BI = mediana_{j=1.0:3.5} [BI_{máx}] \quad (6)$$

Os gráficos dos factores MED BI de cada ponte são apresentados na Fig. 5 à Fig. 6, para cada um dos parâmetros avaliado.

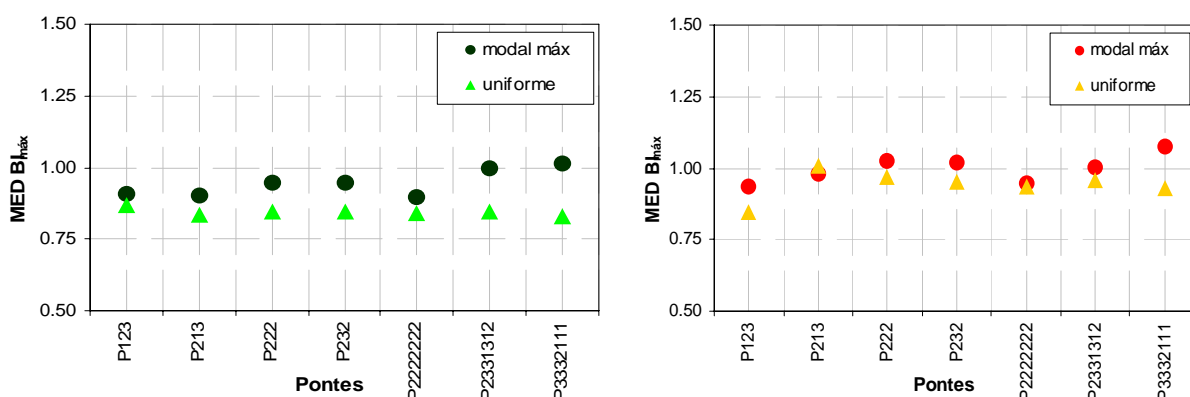


Figura 5. Mediana dos BI-máximos de deslocamentos (*esquerda*) e momentos (*direita*) do tabuleiro.

Comparação de modelos com não linearidade concentrada ou distribuída na Análise “Pushover” de Pontes em Betão Armado

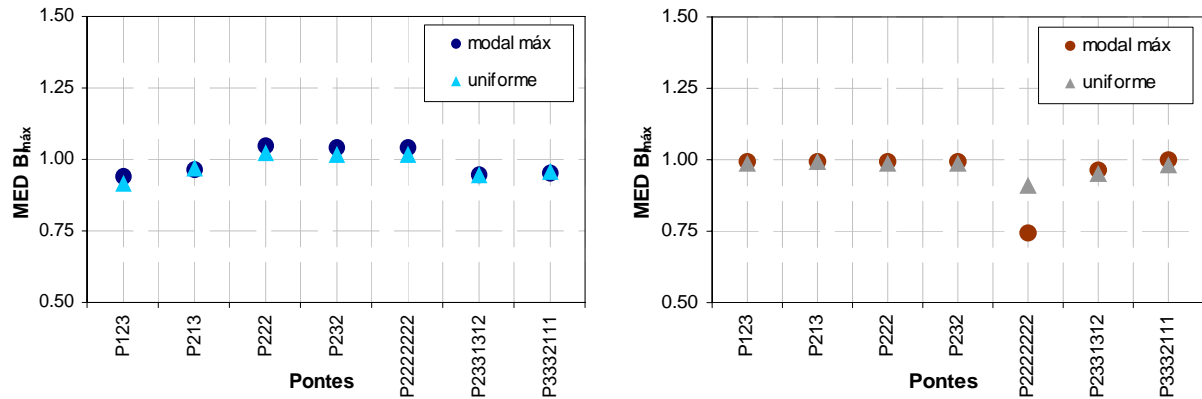


Figura 6. Mediana dos BI-máximos de corte nos pilares (*esquerda*) e de corte nos encontros (*direita*).

Da apreciação global do conjunto de resultados apresentados, pode concluir-se que existe uma boa aproximação da metodologia de análise *pushover* com rótula plástica à metodologia de plasticidade distribuída, apresentando em geral os BI, para os quatro parâmetros analisados, valores muito próximos de 1. Apesar dos resultados semelhantes entre os modelos de rótula plástica e modelo de fibras, pode dizer-se que o primeiro resulta geralmente em maiores esforços (corte e momentos), enquanto que o modelo de fibras estima maiores deslocamentos.

4.2. Coeficiente MED BI em função do índice de regularidade da ponte

Outro aspecto interessante é observar a evolução deste factor representativo da resposta da ponte para as intensidades mais relevantes (MED BI) em função do índice de regularidade da ponte para cada um dos parâmetros avaliados (Fig. 7 e Fig 8).

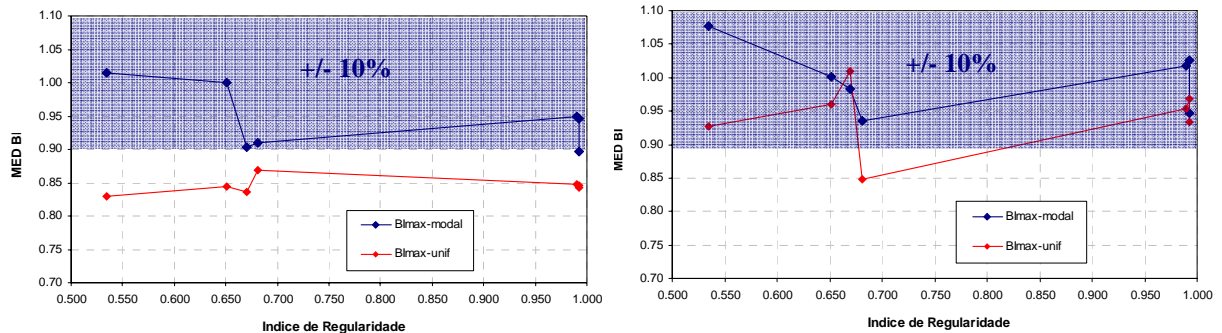


Figura 7. Evolução do MED BI de deslocamentos (*esquerda*) e de momentos (*direita*) do tabuleiro em função do índice de regularidade.

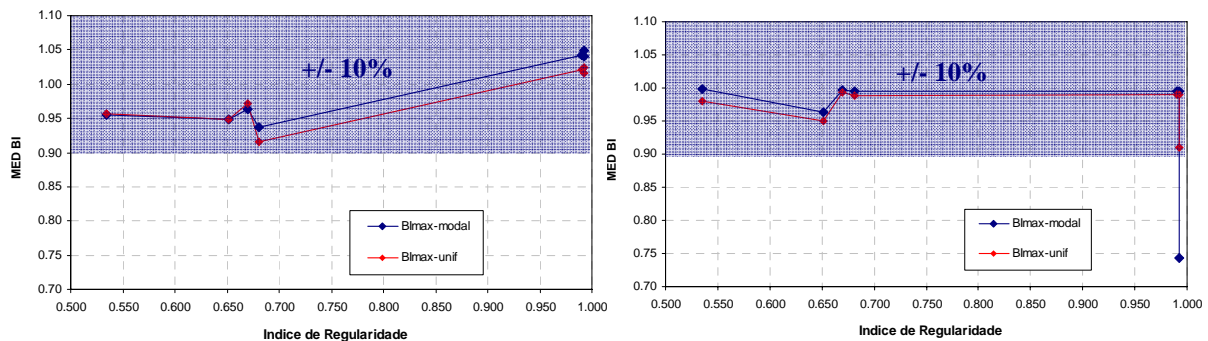


Figura 8. Evolução do MED BI do corte nos pilares (*esquerda*) e nos encontros (*direita*) em função do índice de regularidade.

Em geral, observa-se que o índice de regularidade da ponte não tem uma influência directa nos resultados obtidos por modelos de rótula plástica ou modelos de fibras, ou seja, não existe uma vantagem clara na utilização de um em detrimento do outro para uma ponte mais ou menos regular.

Com o caso de carga modal, os parâmetros mais importantes do comportamento sísmico das pontes em estudo, os deslocamentos e momentos do tabuleiro e o corte dos pilares, apresentarem resultados que não variam mais de 10% entre os modelos de rótula plástica e modelo de fibras, o que atesta a boa correlação entre as análises *pushover* realizadas com um ou outro modelo para um ponte com um qualquer índice de regularidade.

5. CONCLUSÕES

Das análises *pushover* realizadas a um grupo de pontes em betão armado, segundo a metodologia de rótula plástica concentrada ou plasticidade distribuída, procedeu-se a um estudo paramétrico de deslocamentos, momentos e esforços de corte, permitindo concluir que as duas metodologias não diferem significativamente nos resultados que fornecem. Apesar de, globalmente, os valores de todos os parâmetros se aproximarem bastante, verificou-se que para intensidades reduzidas os resultados apresentam maiores diferenças. Estas diferenças, devem-se ao facto de que o procedimento proposto no EC8, prevê a definição de uma curva de capacidade bilinear que acentua as pequenas diferenças que existem nas curvas de capacidade obtidas com as duas metodologias, nomeadamente no que se refere à rigidez inicial.

De uma forma geral, o estudo paramétrico realizado permite concluir que as análises *pushover* obtidas com o modelo de rótulas plásticas, conduzem a menores valores de deformações do tabuleiro e de corte nos encontros, mas que resultam em maiores esforços do tabuleiro (momentos flectores) e pilares (corte), do que os resultados obtidos segundo o modelo de fibras. Constata-se, ainda, que estas conclusões são gerais para todos os tipos de pontes e, portanto, independentes do seu grau de regularidade.

Como conclusão principal deste trabalho pode afirmar-se que o esforço dispendido na aplicação de uma análise *pushover* em pontes de betão armado pela metodologia de plasticidade distribuída, em detrimento da rótula plástica concentrada, não apresenta benefícios significativos. Na sua filosofia de análise simples e eficaz que permite considerar o comportamento não-linear, a metodologia de rótula plástica provou ser uma ferramenta tão eficiente quanto o modelo de fibras. Se a este facto, se juntar os resultados do tempo de análise dispendido entre as duas metodologias, a opção pela metodologia de rótula plástica concentrada apresenta-se como muito atractiva no estudo sísmico de pontes correntes no domínio inelástico, nomeadamente para aqueles que utilizam massivamente as ferramentas automáticas de análise e dimensionamento sísmico estrutural, como os gabinetes de projecto.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente suportado pelo Projecto da FCT PTDC/ECM/72596/2006, “Seismic Safety Assessment and Retrofitting of Bridges”.

REFERÊNCIAS

- [1] DELGADO, Pedro - Vulnerabilidade Sísmica de Pontes. FEUP, 2000. Dissertação de Mestrado.
- [2] KAPPOS, A.J. - Analytical Prediction of the Collapse Earthquake for RC Buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20. 1991.

- [3] CSI, Computers and Structures Inc. - SAP2000 - Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures Basic Manual. Version 11 (http://www.csiberkeley.com/products_SAP.html).
- [4] VAZ, Carlos Trancoso - Comportamento Sísmico de Pontes com Pilares em Betão Armado. FEUP, 1992. Dissertação de Doutoramento.
- [5] SEIMOSOFT - Seismostruct. A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures available online from <http://www.seismosoft.com>.
- [6] IZZUDDIN, B.A. - Conceptual Issues in Geometrically Nonlinear Analysis of 3D Framed Structures. Comp. Meth. Applied Mech. and Engrg., vol. 191, 1029-1053 (2001).
- [7] CASAROTTI, C.; PINHO, R. - Seismic Response of Continuous Span Bridges Through Fiber-Based Finite Element Analysis. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, vol. 5, no. 1, 119-131 (2006).
- [8] FAJFAR, P. [et al.] - A Simplified Nonlinear Method for Seismic Damage Analysis of Structures. Proceedings of Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes, Balkema, Rotterdam, 183-194 (1997).
- [9] RIBEIRO, R. - Análise Pushover de Pontes em Betão Armado. FEUP, 2008. Dissertação de Mestrado.
- [10] GUEDES, J.P.M - Seismic Behavior of Reinforced Concrete Bridges. Modelling, Numerical Analysis and Experimental Assessment. FEUP, 1997. Dissertação de Doutoramento.
- [11] PINHO, R. [et al.] - An Adaptive Capacity Spectrum Method and Other Nonlinear Static Procedures Applied to the Seismic Assessment of Bridges. Proceedings of the 1st US-Italy Seismic Bridge Workshop, Pavia, Italy (2007).
- [12] CALVI, G.M. [et al.] - Progettazione Antisismica di Ponti Non Regolari. Proceeding of the Giornate AICAP-93, Pisa, Itália. (1993).
- [13] SAC, Joint Venture. - Develop Suites of Time Histories, Project Task: 5.4.1. Draft Report, March 21, Sacramento, USA. (1997).