

Influência dos campos de temperatura e humidade no comportamento em serviço de uma laje de betão armado



Miguel Azenha¹



Carlos Sousa²



Rui Faria³



Afonso S. Neves⁴

RESUMO

As práticas correntes de dimensionamento de estruturas de betão estão orientadas no sentido de contabilizar simplificadaamente os efeitos das tensões internas decorrentes do calor de hidratação e da retracção de secagem. Com este trabalho pretende-se avaliar as possíveis consequências da consideração explícita das mencionadas tensões internas – que na realidade têm variações significativas nas secções transversais dos elementos estruturais –, combinadas com as decorrentes de forças exteriores aplicadas. Será apresentada uma metodologia numérica desenvolvida para essa finalidade, dando especial atenção ao cálculo da evolução do campo de temperaturas no betão (fortemente influenciado pela libertação do calor de hidratação nas primeiras idades) e da variação de humidade na rede porosa, aferindo as correspondentes extensões potenciais de retracção.

As evoluções das propriedades mecânicas do betão, nomeadamente do módulo de elasticidade e da resistência à tracção, são estimadas de acordo com o conceito da Idade Equivalente (maturidade do betão). Nas análises mecânicas foi tido em conta o fenómeno da fluência através da Lei da Dupla Potência. No que respeita à fissuração do betão, e uma vez que se procede à inclusão explícita de armaduras nas análises efectuadas, são consideradas simultaneamente as propriedades de fractura do betão simples e o efeito de retenção de tensões de tracção pelo betão envolvente das armaduras. A solicitação é composta pela combinação das temperaturas impostas (avaliadas com base num modelo térmico), das extensões potenciais de retracção (definidas com base num modelo de humidade) e das forças exteriores.

Com as metodologias descritas apresenta-se um estudo paramétrico aplicado a uma laje maciça de betão armado. Os resultados são comparados com os que resultariam de análises simplificadas baseadas no MC90.

PALAVRAS-CHAVE

Palavras-chave: hidratação; betão; comportamento em serviço; retracção; fissuração.

¹ Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil - LABEST. mazenha@fe.up.pt

² Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil - LABEST. cfsousa@fe.up.pt

³ Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil - LABEST. rfaria@fe.up.pt

⁴ Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil - LABEST. asneves@fe.up.pt

1. INTRODUÇÃO

As metodologias correntes de análise e dimensionamento de estruturas de betão armado (BA) têm inerentes várias simplificações, nomeadamente no que diz respeito ao estado de tensão nas peças causado quer pelo calor de hidratação, quer pelos efeitos diferenciais da retracção de secagem. Na realidade, devido ao carácter exotérmico das reacções de hidratação do cimento qualquer peça em betão experimenta variações de temperatura não uniformes, com temperaturas mais elevadas nas zonas interiores do que nas zonas superficiais. A restrição parcial ou total às variações volumétricas associadas a estas temperaturas conduz à geração de tensões na peça. A importância destas tensões é geralmente negligenciada pelos projectistas, na maior parte das vezes sem noção quantitativa da respectiva ordem de grandeza. No entanto, a quantificação destas tensões é possível com recurso a modelos termo-mecânicos, que fornecem as temperaturas induzidas pela libertação do calor de hidratação e pela exposição ambiental, considerando-as de seguida como acções na simulação numérica dos correspondentes campos de tensões.

No que diz respeito aos fenómenos de retracção de secagem do betão, e de acordo com indicações regulamentares [1], os seus efeitos estruturais são tidos em conta em projecto a partir de extensões de referência (baseadas na geometria da peça, humidade ambiente e classe do betão), que são aplicadas de forma uniforme às peças de BA. De facto, basta reflectir um pouco sobre o mecanismo de funcionamento da retracção de secagem para concluir que esta abordagem não é mais do que uma aproximação relativamente grosseira da realidade. Com efeito a retracção de secagem está associada à perda de água da matriz porosa cimentícia por evaporação para o meio circundante, a qual gera subpressões internas nos poros, e portanto induz uma contracção volumétrica. No entanto esta contracção não é uniforme, uma vez que a evaporação e dissecação da matriz cimentícia ocorre de forma progressiva das superfícies das peças para o interior. Esta natureza não uniforme da retracção do betão tem como consequência a existência de distribuições não uniformes das tensões associadas, o que não corresponde à abordagem regulamentar mencionada. A quantificação destas tensões diferenciais de retracção exige o conhecimento dos campos de humidade no seio das peças em betão, bem como da relação existente entre a perda de humidade e a correspondente variação volumétrica (parâmetro análogo ao coeficiente de dilatação térmica). Assim sendo, é importante poder dispor de ferramentas de análise higro-mecânica. Uma vez que a retracção e as variações térmicas associadas ao calor de hidratação ocorrem quase sempre combinados, uma análise mais realista de tensões em serviço em peças de BA deverá ter em conta ambos os fenómenos de forma simultânea, motivando a combinação das metodologias de cálculo de temperaturas, humidades e tensões, culminando na utilização de um modelo de análise numérica termo-higro-mecânico.

A análise mecânica a efectuar neste quadro tem especificidades importantes. De facto, particularmente no que diz respeito às variações volumétricas devidas ao calor de hidratação, há que ter em conta o carácter evolutivo das propriedades mecânicas do betão, bem como os marcados fenómenos de fluência nas primeiras idades. Por outro lado, é importante a inclusão explícita das armaduras nas peças, dado que estas podem constituir restrição às deformações térmicas e de retracção do betão, contribuindo activamente para o aparecimento de tensões de tracção. Além disso, e como é sabido, o posicionamento das armaduras em relação à superfície do betão desempenha um papel de grande importância no controlo da abertura de fendas, parâmetro fundamental para o comportamento em serviço e durabilidade das estruturas em BA. A inclusão explícita das armaduras na modelação acarreta, então, a necessidade de incluir modelos de fendilhação.

Uma outra questão relevante, relacionada com simplificações a nível de projecto, prende-se com a forma de avaliar a abertura de fendas em estruturas sujeitas ao efeito combinado de deformações impedidas e forças aplicadas. O carácter relativamente omissivo da regulamentação em relação a este aspecto leva à existência de práticas simplificadas, e variáveis de projectista para projectista. No entanto a utilização de metodologias de análise mais completas, como as acima mencionadas, permite a ultrapassagem desta questão de forma bastante natural.

O presente trabalho (elaborado na sequência de [2]) iniciar-se-á com a descrição da metodologia de análise termo-higro-mecânica desenvolvida, que corresponde à combinação de um software desenvolvido na Unidade de Investigação LABEST (FEUP) para análise termo-higrométrica, cujos resultados são utilizados como informação de base para cálculo mecânico através do programa comercial DIANA. Serão detalhadas as equações de campo relevantes, bem como os modelos e

parâmetros associados. Com base na metodologia apresentada serão analisados alguns exemplos de caso (estudos paramétricos aplicadas a lajes de BA), demonstrando as capacidades deste tipo de análises no que diz respeito à quantificação das tensões associadas ao calor de hidratação e retracção de secagem, à simulação do efeito combinado de deformações impedidas e forças aplicadas, e ainda à quantificação de abertura de fendas.

2. MODELO NUMÉRICO

2.1 Modelo térmico

O cálculo da evolução temporal dos campos de temperatura no betão é efectuado através da implementação pelo método dos elementos finitos da seguinte equação de equilíbrio térmico em sólidos

$$k\nabla \cdot (\nabla T) + \dot{Q} = \rho c \dot{T} \quad (1)$$

em que k é a condutibilidade térmica e ρc é o calor específico volumétrico do betão, T é a temperatura e \dot{Q} é a taxa de geração de calor devida às reacções de hidratação do cimento. \dot{Q} é formulado com base numa lei do tipo Arrhenius [3]

$$\dot{Q} = A f(\alpha) e^{-E_a/(RT)} \quad (2)$$

em que A é uma constante (proporcional à máxima taxa de geração de calor esperada), E_a é a energia de activação aparente, α é o grau de desenvolvimento da libertação de calor (cociente entre o calor libertado até um dado instante t e o calor total Q_{final} a libertar até ao final da reacção de hidratação), R é a constante de Boltzmann e $f(\alpha)$ é a função de geração de calor normalizada. As condições fronteira são usualmente expressas na forma

$$q = h(T_b - T_{env}) \quad (3)$$

em que q é o fluxo de calor por unidade de área da fronteira, T_b é a temperatura na superfície da fronteira, T_{env} é a temperatura ambiental e h é o coeficiente de transmissão superficial que compreende de forma mista efeitos de convecção e radiação.

As temperaturas calculadas são utilizadas como informação de base para o modelo mecânico, no qual são prescritas como deformações, previamente multiplicadas pelo coeficiente de dilatação térmica do betão. Além disso, a evolução das temperaturas em cada ponto da estrutura permite o cálculo da idade equivalente t_{eq} (útil para definição da dependência de propriedades materiais em ordem ao efeito combinado do tempo e temperatura), baseada na seguinte equação

$$t_{eq} = \int_0^t e^{-\frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T(\tau)} - \frac{1}{T_{ref}} \right)} d\tau \quad (4)$$

onde T_{ref} representa a temperatura de referência (usualmente 20°C). Detalhes específicos sobre a implementação destas equações pelo método dos elementos finitos podem ser consultados em [4].

2.2 Modelo de humidade

A modelação da humidade no interior da matriz porosa cimentícia requer uma adequada escolha do potencial relevante (em analogia ao campo térmico, em que o potencial seleccionado é a temperatura). Existem várias abordagens para potencial a usar no campo de humidade: a pressão de vapor, a humidade relativa média porosa, o teor em água total, ou até mesmo a separação explícita entre o teor em água no estado de vapor e o teor em água líquida. Neste trabalho foi seleccionada como potencial a humidade relativa porosa, pelo que o campo de humidade relativa média H no betão ($0 < H < 1$) é expresso através da seguinte equação [5]:

$$\dot{H} = \nabla \cdot (D_H \nabla H) + \dot{H}_S \quad (5)$$

em que D_H é o coeficiente de difusão de humidade e \dot{H}_S respeita à variação de humidade interna na matriz porosa associada ao consumo autogénico de água. O coeficiente de difusão de humidade D_H depende de H , de acordo com a seguinte relação do MC90 [6]

$$D_H = D_1 \left[\alpha_H + \frac{1 - \alpha_H}{1 + [(1 - H)/(1 - H_C)]^n} \right] \quad \text{com} \quad \alpha_H = D_0/D_1 \quad (6)$$

em que D_1 e D_0 são os valores de D_H para $H = 1$ e $H = 0$, respectivamente; H_C é a humidade relativa porosa para a qual $D_H = 0.5 D_1$, e n é uma propriedade material.

O fluxo de humidade q_H através das fronteiras é considerado com recurso à seguinte equação

$$q_H = h_H (H_b - H_{env}) \quad (7)$$

onde h_H é o coeficiente de fronteira da humidade, H_b é a humidade relativa porosa na fronteira e H_{env} é a humidade relativa ambiental. O campo de humidade resultante das equações mencionadas é transformado num campo de deformações de retracção potencial $\varepsilon_{sh,pot}$, calculado de acordo com a equação [7]

$$\varepsilon_{sh,pot} = \varepsilon_{sh,\infty} (0.97 - 1.895 (H - 0.2)^3) \quad (8)$$

em que $\varepsilon_{sh,\infty}$ é a retracção final esperada (para mais detalhes acerca da implementação do modelo de humidade, consultar a referência [8]).

2.3 Modelo mecânico

Conforme mencionado anteriormente, as análises mecânicas adoptam como informação de base os resultados das análises termo-higrométricas: as temperaturas, as idades equivalentes e as deformações de retracção. A fluência básica é tida em conta com recurso à Lei da Dupla Potência [9], que demonstra boas capacidades para simulação do comportamento visco-elástico do betão, quer nas primeiras idades, quer no posterior comportamento diferido deste material. Assim recorreu-se a

$$J(t, t') = 1/E_0(t') + \left(\phi_1 / E_0(t') \right) (t')^{-m} (t - t')^n \quad (9)$$

onde $J(t, t')$ é a fluência específica no instante t para cargas aplicadas no instante t' , $E_0(t')$ é o módulo de elasticidade assintótico e ϕ_1 , m e n são parâmetros do modelo de fluência.

A fissuração é tida em conta com recurso a um modelo de fendas distribuídas, em que a extensão total ε é decomposta na componente elástica ε^e e na componente ε^{cr} de deformações na fenda ($\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr}$) [10]. A definição da relação tensão-extensão para o betão simples é baseada na “Crack Band Theory”, desenvolvida por Bazant e Oh [11] para simulação do processo de formação e propagação de fendas. Adoptou-se um modelo com amolecimento linear, caracterizado pela tensão de rotura à tracção f_{ct} , pela energia de fractura G_F e pela largura de banda h (ver Fig. 1a).

O efeito de “*tension stiffening*” é tido em conta através da modificação da relação tensão-extensão na zona efectiva de betão envolvente da armadura, $A_{c,ef}$, tendo sido quantificada de acordo com o MC90 [6]. É considerado um valor constante para a tensão média de tracção transmitida pelo betão entre fendas durante a fase de fendilhação estabilizada, de acordo com o indicado no MC90 [6]. Na zona efectiva é também considerada a dissipação da energia de fractura, tal como representado na Fig. 1b. Neste caso, h toma o valor do espaçamento entre fendas, de forma a garantir a independência dos resultados obtidos em relação à dimensão da malha de elementos finitos. No que diz respeito às armaduras, é considerado um diagrama elástico perfeitamente plástico, com módulo de Young $E_s = 200\text{GPa}$ e tensão de cedência $f_{sy} = 500\text{MPa}$. Nas análises mecânicas é utilizado um valor reduzido para a tensão de cedência f'_{sy} , garantindo que a soma da força axial na armadura e na área efectiva do betão seja limitada a $A_s f_{sy}$ (i.e., $A_s f_{sy} = A_s f'_{sy} + 0.4 f_{ct} A_{c,ef}$).

3. EXEMPLO ANALISADO: TROÇO DE LAJE EM BA

O exemplo de caso seleccionado para este trabalho foi uma laje em betão armado, com 3 espessuras diferentes (25cm, 35cm e 50cm), simetricamente armada e livre de restrições externas no seu plano (i.e., não restringida por pilares ou paredes). Foi considerado um cimento tipo I 52.5R (com dosagem de 250kg/m^3) para efeitos de estimativa do calor de hidratação. Do ponto de vista das análises térmica e higrométrica foram consideradas interações com o ambiente apenas através das faces inferior e superior da laje (ver Fig. 2), ocorrendo fluxos de calor e humidade unicamente na direcção perpendicular ao folheto médio.

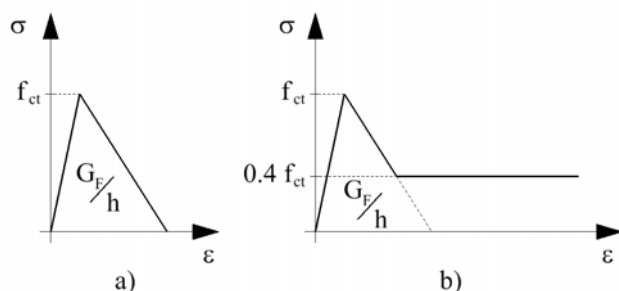


Figura 1. Diagramas tensões-extensões para o betão: a) fora da área efectiva; b) dentro da área efectiva.

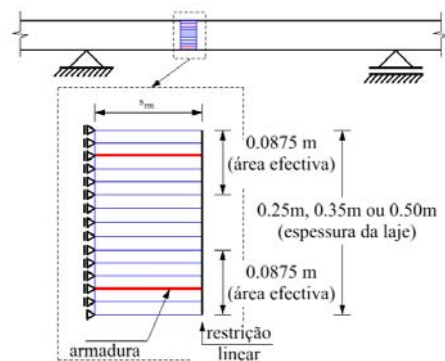


Figura 2. Malha tipo para os exemplos em análise.

No que concerne às propriedades térmicas do betão, considerou-se $k = 2.6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ e $\rho c = 2400 \text{ kJm}^{-3}\text{K}^{-1}$. A geração de calor \dot{Q} foi obtida a partir de ensaios calorimétricos conduzidos com o cimento indicado (calorimetria isotérmica [12]), obtendo-se os seguintes parâmetros: $A = 3.013 \times 10^{11} \text{ Jm}^{-3}\text{s}^{-1}$, $E_a = 47.5 \text{ kJmol}^{-1}$, $Q_{final} = 9.578 \times 10^7 \text{ Jm}^{-3}$ e $f(\alpha)$ com a evolução representada na Fig. 3a. As condições fronteira térmicas consideraram-se simplificada e iguais em ambas as faces da laje, em correspondência com um hipotético contacto directo com o ambiente exterior durante toda a análise: $h = 10 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$. A temperatura inicial do betão, bem como a temperatura do meio ambiente circundante, foram consideradas com o valor constante de 20°C .

Para o modelo higrométrico foi considerada uma hipotética cura com duração de 28 dias, período durante o qual se supôs que ambas as faces foram mantidas em condições de saturação (evitando a secagem). Foram adoptados os parâmetros de difusão de humidade obtidos experimentalmente para betões, reportados por Kim e Lee em [5], em correspondência com um início de secagem aos 28 dias de idade: $D_H = 6.17 \times 10^{-10} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, $\alpha_H = 0.047$ e $H_C = 0.8$. O coeficiente fronteira de humidade tem valor nulo durante os primeiros 28 dias, passando a valer $h_H = 5.81 \times 10^{-9} \text{ ms}^{-1}$ a partir desta idade. Para $\varepsilon_{sh,\infty}$ (ver Eq. 8) usou-se o valor 500×10^{-6} , que é consistente com o tipo de betão da análise. O termo \dot{H}_S correspondente às variações de humidade na matriz porosa, relacionadas com o consumo autógeno de água nas reacções químicas de hidratação, foi desprezado, dado que o seu valor é negligenciável em betões ditos normais (em oposição ao caso dos betões de elevada resistência, em que devido às muito baixas relações água/cimento ocorrem depressões higrométricas significativas durante a hidratação). A humidade interna foi considerada então como sendo 100% durante todo o período de cura (28 dias), sendo a sua diminuição iniciada nesta idade, a partir das superfícies expostas ao ar (processos de evaporação e secagem).

Nas análises mecânicas adoptou-se para o betão um $f_{ct} = 2.6 \text{ MPa}$, uma energia de fractura $G_F = 0.085 \text{ N/mm}$, um coeficiente de dilatação térmica de 10^{-5} e um coeficiente de Poisson igual a 0.2. A evolução do módulo de elasticidade à temperatura de referência de 20°C é a representada na Fig. 3b, sendo que após os 28 de idade se considera simplificada e constante. A quantidade de armadura considerada foi distinta em cada uma das espessuras em estudo, tendo sido definida como a necessária para numa solicitação axial centrada garantir, após fissuração, uma tensão instalada no aço de 300 MPa . De acordo com este critério as áreas de armadura em cada face foram de $10.83 \text{ cm}^2/\text{m}$ para a laje com espessura de 25 cm , $15.17 \text{ cm}^2/\text{m}$ para a espessura de 35 cm e $21.67 \text{ cm}^2/\text{m}$ para a espessura de 50 cm . Em qualquer dos casos mencionados a localização do eixo da armadura é considerada a uma distância de 3.5 cm da superfície de betão mais próxima.

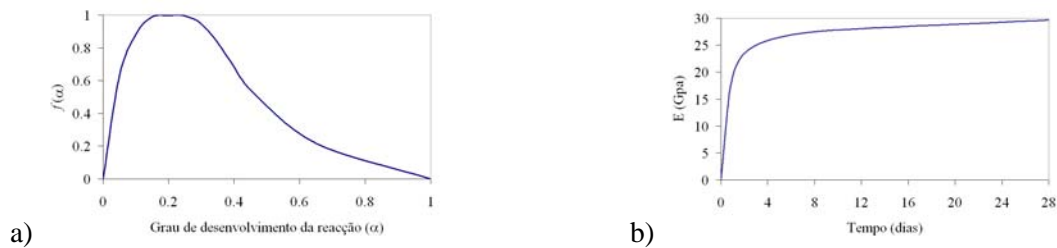


Figura 3. a) Função $f(\alpha)$ para geração de calor do betão; b) Evolução do módulo de elasticidade à temperatura de referência de 20°C.

As análises mecânicas correspondem a um troço de laje do qual será estudada a evolução do estado de tensão devido à acção combinada das tensões auto-induzidas (calor de hidratação, retracção de secagem) e das acções exteriores (esforços axiais e momentos flectores). Foi então considerado um segmento de laje modelado com recurso a elementos finitos de 4 nós num estado plano de tensão, e cuja representação esquemática pode ser observada na Fig. 2. Para qualquer das espessuras em estudo a espessura da área efectiva de betão em torno da armadura foi considerada 8.75cm, i.e., duas vezes e meia a distância da armadura à superfície ($3.5 \times 2.5 = 8.75$ cm). Nessa profundidade são considerados 5 elementos finitos de altura constante. Na restante parte da laje foram efectuadas discretizações espaciais distintas: 4 elementos para a laje de 25cm de espessura, 8 elementos para a de 35cm de espessura e 10 elementos para de 50cm. De referir que a discretização espacial aqui definida é coincidente com a utilizada para os modelos térmico e de humidade. Em termos de condições de apoio, foi considerada restrição longitudinal na face esquerda do modelo, sendo que à face direita foi imposta uma restrição linear, mantendo esta aresta sempre recta durante as análises (hipótese de secção plana durante a deformação). O comprimento de cada segmento foi definido com base na distância média entre fendas, s_{rm} , estimada de acordo com o MC90 para a fase de fendilhação estabilizada [6]: $s_{rm,e25}=179$ mm; $s_{rm,e35}=171$ mm; $s_{rm,e50}=120$ mm. Assim sendo, os resultados obtidos nas análises são interpretados como valores médios ao longo de s_{rm} , uma vez que o comportamento do betão traccionado foi simulado através de um modelo de fendilhação distribuída. Todas as análises foram conduzidas desde o instante da betonagem até à idade de 48 anos.

4. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

4.1 Modelo térmico

A evolução de temperatura calculada para os nós localizados na superfície e no plano de simetria das lajes estudadas ($e=25$ cm, $e=35$ cm e $e=50$ cm) encontram-se representadas na Fig. 4a. A figura em questão reporta-se aos primeiros quatro dias de cálculo, que são suficientes para que toda a peça entre em equilíbrio térmico com o meio circundante (20°C). Devido às diferentes espessuras, as temperaturas máximas atingidas em cada cálculo são diferentes: ~32°C para a espessura de 25cm, ~35°C para a espessura de 35cm, e ~39°C para a espessura de 50cm. Dado que se trata de uma laje considerada livre de se deformar no seu plano, a única restrição à deformação de origem térmica é a relativa aos gradientes na secção, pelo que as tensões de origem térmica decorrerão desses mesmos gradientes: 2.3°C aos 0.5 dias para a laje de 25cm de espessura; 3.77°C aos 0.54 dias para a espessura de 35cm e 6.2°C aos 0.7 dias para a espessura de 50cm. O aumento da espessura da laje conduz não só a maiores temperaturas como também a maiores gradientes de temperatura na secção, que por sua vez ocorrem mais tarde (logo gerando mais tensões no betão, dado que o módulo de elasticidade se encontra em crescimento).

4.2 Modelo de humidade e retracção potencial

Na Fig. 4b está representada a variação de humidade ao longo dos primeiros 3000 dias de análise, para as três espessuras de laje. Constata-se que o comportamento da zona superficial da laje é muito semelhante independentemente da espessura, sendo que após a exposição ao ambiente exterior com $H=50\%$ se inicia uma rápida tendência de convergência da humidade superficial do betão para este valor. As ligeiras diferenças registadas na humidade superficial estão relacionadas com o facto de a

secagem ser ligeiramente desacelerada nas lajes mais espessas, devido à maior quantidade de água que migra do interior para a superfície evaporativa. No que diz respeito aos pontos localizados no plano de simetria das lajes há comportamentos claramente diferentes, com as lajes mais espessas a perderem humidade a um ritmo muito mais lento que a laje de 25cm. As consequentes diferenças em termos de gradiente de humidade na secção têm consequências directas nos gradientes de retracção potencial, logo afectam as tensões desenvolvidas na peça.

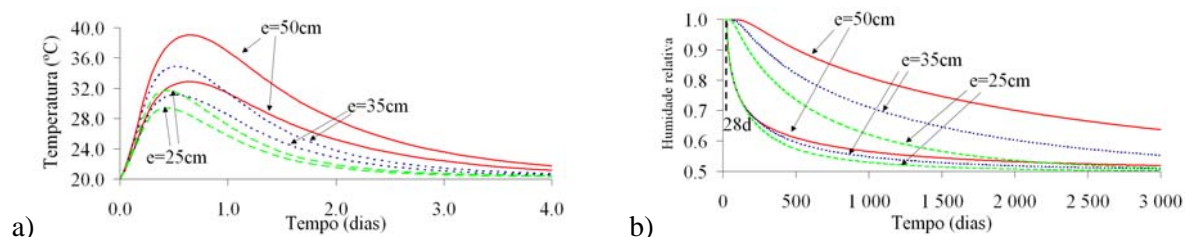


Figura 4. a) Modelo térmico: temperaturas superficiais e no núcleo; b) Modelo de humidade: humidades relativas superficiais e no núcleo.

As retracções potenciais calculadas para as três espessuras de laje estão representadas na Fig. 5a, sendo que a respectiva interpretação se infere directamente da interpretação feita para os campos de humidade (dada a relação directa entre humidade e retracção potencial, de acordo com a Eq. 8). Os gradientes máximos de retracção potencial são maiores nas lajes mais espessas ($300\mu\epsilon$ para a espessura de 50cm, $250\mu\epsilon$ para a de 35cm e $200\mu\epsilon$ para a de 25cm), ocorrendo a idades mais tardias. Para ilustração do carácter gradual do perfil de retracção potencial na secção, representa-se na Fig. 5b a evolução da retracção potencial nos vários nós da malha de elementos finitos (EF) para o caso da laje de 50cm de espessura, desde o plano de simetria (interior) até à zona superficial.

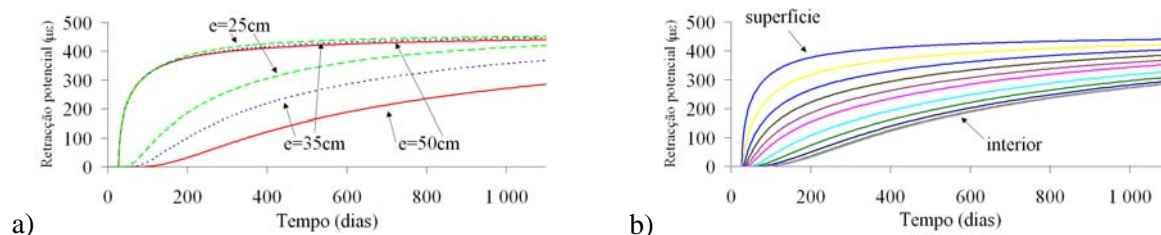


Figura 5. a) Retracção potencial: superfície e núcleo; b) Retracção potencial em todos os EF – $e=50\text{cm}$.

4.3 Modelo mecânico

4.3.1 Tensões auto-induzidas

Com base nos resultados reportados para temperaturas, humidades e retracção potencial, foram efectuadas análises mecânicas relativas ao desenvolvimento de tensões para cada uma das lajes em estudo, mas tendo em conta apenas os efeitos das tensões auto-induzidas (ausência de carregamento exterior). Nos cálculos relativos ao presente subcapítulo, e por simplificação, foi desprezada a fissuração do betão, para permitir interpretações mais directas e focar o leitor nos aspectos essenciais. As tensões normais no betão (direcção longitudinal) calculadas para as três espessuras de laje estão representadas na Fig. 6 (reportada à superfície e núcleo de cada laje). Para todas as espessuras da laje observa-se uma tendência de desenvolvimento de tensões no betão que se passa a descrever. Inicialmente, devido ao maior aquecimento do núcleo da laje, e que ao tentar expandir se vê parcialmente restringido pela região superficial (sujeita a menor aumento de temperatura, logo a menor expansão), ocorrem tensões de compressão no interior da peça e tensões de tracção na superfície (aos ~ 0.5 dias de idade). Durante a fase de arrefecimento o processo inverte-se, gerando-se tensões de tracção no interior e de compressão na superfície (aos ~ 4 dias de idade). As tensões mantêm-se razoavelmente constantes até aos 28 dias, data em que se inicia a retracção de secagem. Este processo inicia-se com retracções potenciais na superfície devido à secagem, sendo que no interior (saturado) não há tendência de contracção. Por compatibilidade de deformações, a superfície fica traccionada e o interior comprimido. Este processo agrava-se ao longo do tempo até atingir um valor extremo, quando

o diferencial de retracção potencial é máximo na peça. Este instante depende naturalmente da espessura da laje, ocorrendo mais cedo na de 25cm de espessura (aos ~88 dias), e mais tarde para as lajes mais espessas: aos ~118 dias para a laje de 35cm e aos ~178 dias para a laje de 50cm. As tensões geradas (quer de tracção na superfície, quer de compressão no interior) são também tanto maiores quanto mais espessa é a laje, o que é compreensível face ao maior gradiente de retracção potencial e à maior capacidade restritora do núcleo. A partir do instante de máximo gradiente de retracção potencial esta começa a diminuir, devido à progressão da secagem para o interior, com a resultante uniformização das retracções potenciais. Consequentemente as tensões na peça começam a diminuir, ocorrendo uma inversão que conduz a que no final do período de análise, e para os casos das lajes de espessuras 35cm e 50cm, ocorram tensões de compressão na superfície (favorável na medida em que conduz ao fechamento de eventuais fendas) e tensões de tracção no interior. No caso da laje de 25cm de espessura todas as tensões no betão são de tracção, sendo que por equilíbrio a armadura se encontra em compressão.

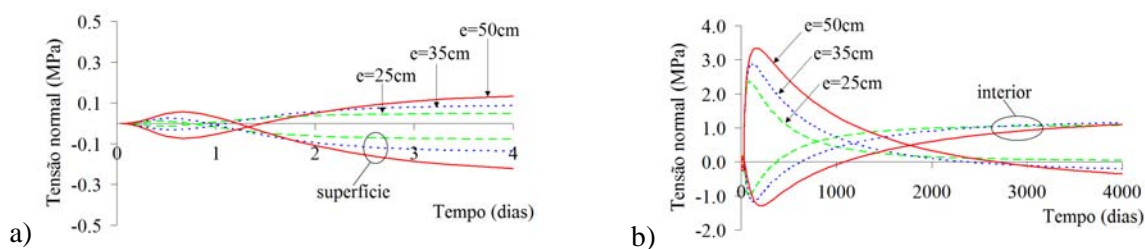


Figura 6. Tensões longitudinais no betão: a) até aos 4 dias de idade e b) até aos 4000 dias de idade

Com o objectivo de analisar as consequências de se utilizarem as usuais aproximações baseadas na aplicação de extensões de retracção uniformes às lajes, foram efectuados novos cálculos ignorando os efeitos auto-equilibrados do calor de hidratação e da retracção, impondo-se em cada instante e a toda a espessura a retracção média obtida no cálculo considerando a retracção diferencial. A comparação dos resultados obtidos para as três espessuras de laje, em termos dos perfis de tensões nos instantes mais relevantes, está representada na Fig. 7, em que as tensões calculadas usando o modelo simplificado (retracção uniforme) estão representadas a traço interrompido. Pode constatar-se que nos instantes de máximos gradientes de tensões reportados anteriormente as diferenças entre os dois modelos de cálculo são suficientemente relevantes para serem consideradas não negligenciáveis.

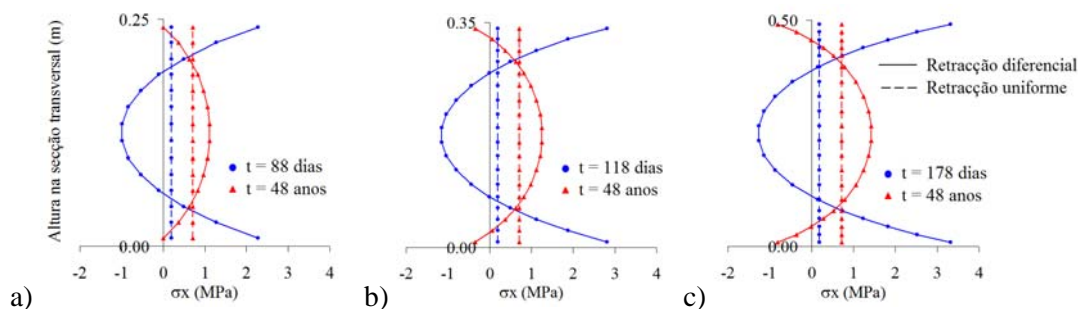


Figura 7. Tensões normais auto-induzidas no betão obtidas com retracção uniforme ou com a modelação proposta neste trabalho: a) laje de 25cm; b) laje de 35cm; c) laje de 50cm.

4.3.2 Tensões auto-induzidas combinadas com curvaturas impostas

As análises do presente subcapítulo correspondem às efectuadas no capítulo anterior para o caso particular da laje de 25cm de espessura, sendo que a determinada idade (aos 28 dias / no instante de máximo gradiente de tensões auto-equilibradas, i.e., aos 88 dias / aos 48 anos) é aplicado um momento flector exterior à laje. Analisa-se o comportamento da laje durante a imposição deste momento (ou correspondente curvatura), consoante a data em que aquele é aplicado. Na Fig. 8a está representado o diagrama momento-curvatura correspondente a duas modalidades de análise: considerando a retracção diferencial, ou recorrendo a modelos simplificados de retracção uniforme. Aos 28 dias a resposta é praticamente idêntica, dado que a única diferença entre os dois tipos de análise a esta data é a consideração do calor de hidratação, que teve efeitos negligenciáveis. Para uma imposição do momento flector aos 88 dias de idade observa-se que na modelação considerando a retracção

diferencial o momento de fendilhação diminuiu significativamente, tornando a relação momento-curvatura mais flexível até à estabilização da formação de fendas. A imposição do momento flector aos 48 anos de idade conduziu a resultados muito semelhantes nas duas abordagens de simulação da retracção, facto compreensível se se tiver em conta que as tensões residuais a esta idade estão fortemente diminuídas. É relevante frisar que são observadas diferenças significativas no comportamento da laje durante a fase de fendilhação estabilizada, consoante a idade de aplicação do momento flector: quanto mais tarde é aplicada a carga mais a resposta se afasta da linha definida como “Estado 2” na Fig. 8a (correspondente a um cálculo em que se ignora a influência do betão traccionado e da retracção). Este tipo de tendência também já foi reportado em [13].

Complementarmente a estes resultados, ilustra-se nas Figs 8b e 8c os diagramas momento-abertura de fendas correspondentes ao nível superficial do betão e ao nível da armadura respectivamente. Constata-se que carregamentos mais tardios conduzem a aumentos da abertura de fendas associados ao efeito da retracção. A consideração do efeito da retracção diferencial só conduz a resultados diferentes dos cálculos com retracção uniforme (com previsão de maiores aberturas de fendas) para momentos flectores reduzidos, sendo a diferença mais marcada para o carregamento aos 88 dias. Na Fig. 8c surge a comparação das previsões de abertura média de fendas ao nível da armadura, segundo as metodologias referidas anteriormente, bem como segundo o MC90 (resultado identificado como “Cálculo simplificado”). A previsão de abertura de fendas de acordo com o MC90 pressupõe a consideração de um valor constante para a tensão de tracção média retida pelo betão entre fendas igual a $0.4f_{ct}$; as equações envolvidas, cuja simbologia está definida no MC90, são

$$w = s_{rm}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} + \varepsilon_{sh}) \quad \text{com} \quad \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \left[\sigma_s - 0.4(1 + \alpha \rho_{eff}) f_{ct} / \rho_{eff} \right] / E_s \quad (11)$$

Comparando os resultados das metodologias em análise (Fig. 8c) conclui-se que, na fase de fendilhação estabilizada, a metodologia empregue neste trabalho não conduz a resultados diferentes daqueles que se obtêm utilizando a abordagem regulamentar. Para valores baixos do momento flector aplicado a expressão (11) conduz a valores mais elevados de w , por não considerar a influência do processo de formação e propagação de fendas no betão simples.

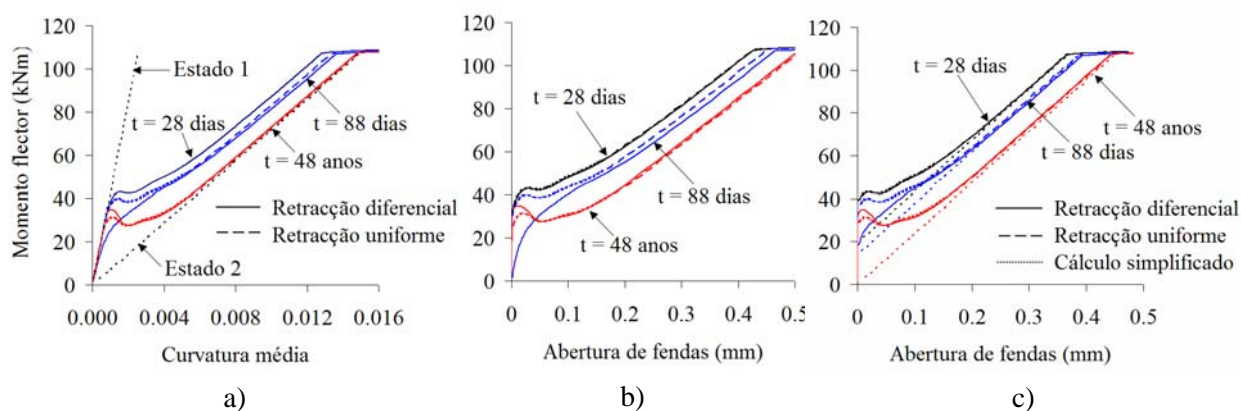


Figura 8. a) Momento-curvatura para imposição da curvatura a várias idades ($e=25\text{cm}$); Diagramas momento-abertura de fendas: b) ao nível superficial; c) ao nível da armadura.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia de análise termo-higro-mecânica, que permite a consideração explícita dos efeitos auto-induzidos associados ao calor de hidratação e à retracção de secagem no cálculo das tensões em serviço de peças de betão armado. A metodologia compreende a utilização combinada de um código computacional desenvolvido no LABEST/FEUP, para cálculo dos campos de temperatura, de humidade e correspondente retracção, com o código comercial DIANA, para análises mecânicas. Utilizando as metodologias descritas, bem como a tradicional forma de contabilizar a retracção como um encurtamento homogéneo e uniforme das peças de betão, foi efectuada uma análise paramétrica aplicada a uma laje de betão armado suposta infinita e livre de se deformar, com espessuras de 25cm, 35cm ou 50cm. Na ausência de cargas exteriores aplicadas, constatou-se que as tensões auto-induzidas na laje pelo calor de hidratação e pela retracção são significativamente diferentes quando calculadas segundo as duas metodologias mencionadas para a

retracção, sendo a diferença agravada à medida que aumenta a espessura da laje. Um conjunto subsequente de análises em que, a diversas idades, foram impostos momentos exteriores às lajes, permitiu observar diferenças significativas no comportamento estrutural nas fases anteriores à fendilhação estabilizada, particularmente nos instantes em que são máximos os gradientes de tensões auto-equilibradas.

AGRADECIMENTOS

Agradece-se o apoio da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), através do financiamento do Projecto de Investigação POCI/ECM/56458/2004, bem como das Bolsas Individuais de Doutoramento concedidas aos primeiro e segundo autores.

REFERÊNCIAS

- [1] *PR EN 1992-1 (Final Draft) European Standard Eurocode 2: Design of concrete structures - part 1: general rules and rules for building*. 2001.
- [2] AZENHA, M., SOUSA, C., e FARIA, R. *Numerical analysis of a RC slab considering the combined effect of self induced stresses and external loads*. in *CONCREEP 2008 - 8th International Conference on Creep, Shrinkage and Durability of Concrete*. 2008. Japan
- [3] REINHARDT, H., BLAAUWENDRAAD, J., e JONGEDIJK, J. *Temperature development in concrete structures taking account of state dependent properties*. in *Int. Conf. Concrete at Early Ages*. 1982. Paris, France.
- [4] FARIA, R., AZENHA, M., e FIGUEIRAS, J.A., *Modelling of concrete at early ages: Application to an externally restrained slab*. *Cement and Concrete Composites*, 2006. 28(6): p. 572-585.
- [5] KIM, J.K. e LEE, C.S., *Moisture diffusion of concrete considering self-desiccation at early ages*. *Cement and Concrete Research*, 1999. 29(12): p. 1921-1927.
- [6] CEB-FIP, *Model Code 90*. 1991.
- [7] KWAK, H.-G., HA, S.-J., e KIM, J.-K., *Non-structural cracking in RC walls: Part I. Finite element formulation*. *Cement and Concrete Research*, 2006. 36(4): p. 749-760.
- [8] AZENHA, M. e FARIA, R., *Modelling moisture fields in concrete since early ages*. 2008, LABEST - Laboratory for the Concrete Technology and Structural Behaviour (Internal Reports).
- [9] BAZANT, Z.P., *Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete*. 1988, Chichester: John Wiley & Sons, Inc. xxii, 459 s.
- [10] DE BORST, R., *Smearred cracking, plasticity, creep, and thermal loading - A unified approach*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1987. 62(1): p. 89-110.
- [11] BAZANT, Z.P. e OH, B.H., *Crack band theory for fracture of concrete*. *Materials and Structures*, 1983. 16(93): p. 155-177.
- [12] SILVA, L., AZENHA, M., e FARIA, R. *Técnica da calorimetria isotérmica para caracterização do calor de hidratação do cimento*. in *4ªs Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas JPÉE2006*. 2006. Lisboa.
- [13] BISCHOFF, P.H., *Effects of shrinkage on tension stiffening and cracking in reinforced concrete*. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2001. 28(3): p. 363-374.