

Modelação da ligação viga-pilar em estruturas de betão armado



**Ricardo
Costa¹**



**Paulo
Providência²**



**Alfredo
Dias³**

RESUMO

Nesta comunicação é apresentado um modelo mecânico da ligação viga-pilar monolítica de betão armado que visa representar de forma simples, transparente e objectiva os principais mecanismos envolvidos neste tipo de ligação. Este modelo, dirigido à análise de ligações de betão armado executadas “in situ”, é baseado no método das componentes e procura agregar a eficiência dos “modelos de análise global” com a objectividade dos “modelos de análise local”. A comunicação inclui uma análise comparativa entre resultados experimentais e os resultados obtidos em simulações numéricas para uma estrutura isostática submetida a acções quase-estáticas, em que foi contabilizada a deformabilidade da ligação viga-pilar.

PALAVRAS-CHAVE

Betão armado, ligação viga-pilar, comportamento não linear

¹ CIEC, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Pólo II, 3030-788 Coimbra, Portugal.
rjcosta@dec.uc.pt

² CIEC, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Pólo II, 3030-788 Coimbra, Portugal.
provid@dec.uc.pt

³ CIEC, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Pólo II, 3030-788 Coimbra, Portugal.
alfgdias@dec.uc.pt

1. INTRODUÇÃO

A modelação de estruturas reticuladas de betão armado tendo em vista uma análise por elementos finitos – abordagem por deslocamentos – tem-se focalizado no tratamento dos elementos lineares, vigas e colunas. Porém, as ligações entre elementos lineares apresentam características de rigidez, ductilidade e resistência que se reflectem na rigidez, ductilidade, estabilidade e resistência da estrutura [1]. O estabelecimento de um modelo rigoroso para este tipo de ligações, com particular atenção ao comportamento estático, é pois fundamental para (i) a optimização e a redução de custos no dimensionamento estrutural; (ii) a harmonização com as mais recentes prescrições normativas e regulamentares e (iii) o estudo mais preciso de outros aspectos, como sejam os relacionados com os estados limites de serviço, a estabilidade e os comportamentos diferido e dinâmico das estruturas. Os modelos de ligação viga-pilar de betão armado existentes actualmente são especialmente vocacionados para análise dinâmica e podem ser classificados em dois tipos fundamentais: (i) “modelos de análise global” – modelos unidimensionais para pórticos planos que, através de “molas” (elementos pontuais) de deformação angular apresentando leis de comportamento não linear e situadas na interface viga-pilar ou nas extremidades dos elementos, simulam os fenómenos não lineares ocorridos na ligação e, portanto, os efeitos desta na resposta da estrutura; e (ii) “modelos de análise local” – modelos estabelecidos com base em observações experimentais que, a partir das distribuições de tensões e deformações na região da ligação, permitem estimar a resistência da ligação (modelos de escoras e tirantes), ou ainda modelos de elementos finitos bidimensionais e tridimensionais de comportamento não linear que reflectem as propriedades geométricas das ligações e as relações constitutivas não lineares dos materiais constituintes e seus interfaces.

Os modelos de “análise global” embora computacionalmente eficientes não são propensos a uma calibração objectiva e rigorosa, dada a dificuldade em captar numa só lei de comportamento o impacto dos diversos parâmetros associados a diferentes pormenorizações da ligação e distribuição de cargas. Os modelos de escoras e tirantes, embora práticos para efeito de verificação da capacidade de carga, sendo modelos de resistência não permitem avaliar o impacto da deformabilidade da ligação no comportamento da estrutura. Os modelos de elementos finitos bidimensionais e tridimensionais de comportamento não linear embora potenciessem uma modelação rigorosa e objectiva da ligação viga-pilar são muito morosos no estabelecimento e cálculo e muito sensíveis às opções de modelação e análise. Perante as actuais opções pretende-se desenvolver um modelo que conjugue o rigor e a objectividade dos modelos de elementos finitos com a eficiência dos “modelos de análise global”.

2. FORMULAÇÃO DE UM MODELO PARA A LIGAÇÃO VIGA-PILAR

2.1 Descrição geral

O modelo apresentado baseia-se no modelo desenvolvido por Lowes e Altoontash [2] para a análise sísmica de ligações viga-pilar e fundamenta-se no método das componentes [3]. Para aqueles autores era particularmente importante a modelação da perda de rigidez e resistência provocada pelo carácter cíclico da acção sísmica. Tal requisito conduziu a que a objectividade e o rigor fossem parcialmente sacrificados na definição das leis de comportamento das componentes da ligação. Na verdade, contrariamente à proposta contida nesta comunicação, aqueles autores adoptaram uma mesma lei de comportamento base para todas as componentes a qual foi posteriormente sujeita ao ajustamento alguns parâmetros.

O modelo assume que os mecanismos relevantes para a resposta da ligação viga-pilar são: (1) a ancoragem das armaduras longitudinais dos elementos lineares interligados, (2) o núcleo de betão armado da ligação e (3) a interface entre o núcleo da ligação e os elementos lineares. Estes mecanismos são explicitamente representados no modelo proposto.

O modelo apresenta ainda as seguintes características:

1. a ligação é bidimensional (os eixos das vigas e pilares estão contidos no mesmo plano) e tem uma área finita;
2. o modelo incorpora 4 nós externos com um total de 12 graus de liberdade (3 por nó – duas translações e uma rotação);
3. o modelo incorpora 4 nós internos aos quais correspondem 4 graus de liberdade (1 por nó – uma translação tangencial à interface);
4. o modelo incorpora 8 componentes tipo “ancoragem de armadura” (componente tipo 1), uma componente tipo “núcleo do nó ao corte” (componente tipo 2) e 4 componentes tipo “interbloqueio de agregados” (componente tipo 3);

5. assume-se que a transferência de forças entre elementos lineares e o núcleo da ligação ocorre por meio de tensões tangenciais uniformes, o que conduz a que o núcleo da ligação suporte exclusivamente tensões tangenciais;
6. as componentes têm leis de comportamento independentes;
7. é assumida a hipótese de pequenos deslocamentos e pequenas rotações.

A Fig. 1 representa o modelo da ligação e as 13 componentes referidas no Ponto 4. Note-se que as interfaces entre o núcleo da ligação e a viga/pilar apresentam espessura nula, sendo porém representada nas Fig. 1 a 4 com uma espessura finita para facilitar a compreensão do modelo.

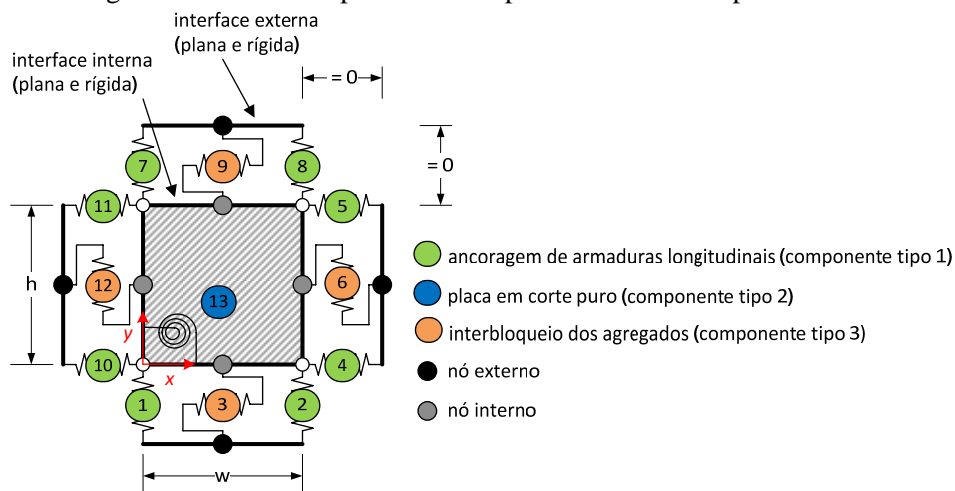


Figura 1. Componentes do modelo de ligação viga-pilar interna.

2.2 Graus de liberdade

Na Fig. 2 estão representados os graus de liberdade associados aos nós internos e externos identificados na Fig. 1.

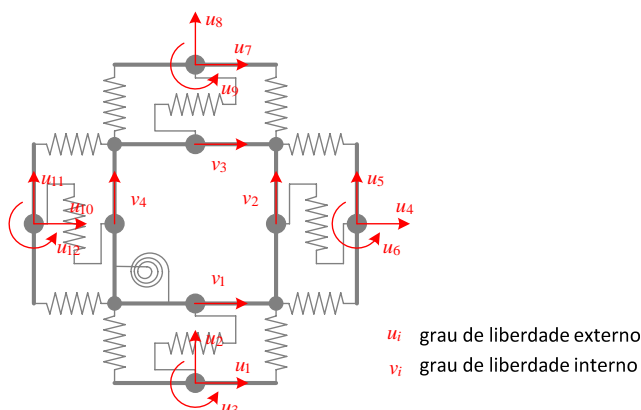


Figura 2. Graus de liberdade do modelo de ligação viga-pilar interna.

2.3 Relações de compatibilidade

Neste modelo, a existência de graus de liberdade internos leva a que os deslocamentos/rotações associados aos graus de liberdade dos nós externos não definam univocamente o estado de deformação do elemento.

Os deslocamentos segundo os graus de liberdade representados na Fig. 2 definem as deformações das 12 “molas” uniaxiais das componentes tipo 1 e 3 e da componente placa em corte puro. A Eq. (1), ou de uma forma mais sintética, a Eq. (2), relaciona as deformações das componentes identificadas na Fig. 1 (vector Δ) com os deslocamentos segundo os graus de liberdade identificados na Fig. 2 (vector $\mathbf{d} = (\mathbf{u} \ \mathbf{v})^T$), ou seja, define as relações de compatibilidade do modelo. A matriz \mathbf{A} é a matriz de compatibilidade do modelo.

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \\ \Delta_7 \\ \Delta_8 \\ \Delta_9 \\ \Delta_{10} \\ \Delta_{11} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -\frac{w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{h}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{h}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{w}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -\frac{h}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{h}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{h} & \frac{1}{w} & \frac{1}{h} & -\frac{1}{w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \\ u_{11} \\ u_{12} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\Delta = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

As deformações nas componentes “ancoragem das armaduras longitudinais” (componentes tipo 1) e nas componentes “interbloqueio dos agregados” (componentes tipo 3) são positivas quando correspondem alongamentos. A deformação da componente “placa em corte puro” (componente tipo 2) segue a convenção de Resistência dos Materiais para distorção, Dias da Silva [4], ou seja, são positivas as distorções correspondentes a uma diminuição do ângulo definido pelos sentidos positivos dos eixos ordenados (neste caso a face inferior e a face esquerda no núcleo da ligação – Fig. 1).

2.4 Relações de equilíbrio

No caso das molas representativas das componentes dos tipos 1 e 3 os esforços actuam na direcção dos eixos da mola e são positivos quando são de tracção. No caso da componente tipo 2 o esforço generalizado associado à distorção é o par de momentos suportado pela placa em corte puro cujo sentido positivo é representado na Fig. 3. Pode-se no entanto idealizar este esforço como um conjunto de forças tangenciais às faces da placa, tal como também é ilustrado na Fig. 3.

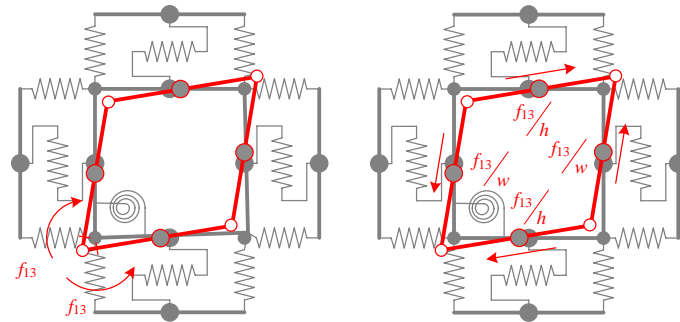


Figura 3. Idealizações do esforço generalizado associado à componente tipo 2 para uma distorção positiva do núcleo da ligação.

As relações de equilíbrio no modelo traduzem o equilíbrio entre as forças nos nós e os esforços nas componentes. Assim, as resultantes das forças nos nós associados aos graus de liberdade (nos nós internos e externos $\mathbf{F}_n = (\mathbf{F} \ \Phi)^T$) equilibram os esforços nas componentes, o que pode ser traduzido através da relação dual da Eq. (2), ou seja,

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_{12} \\ \Phi_1 = 0 \\ \vdots \\ \Phi_4 = 0 \end{Bmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{Bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_{13} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

onde f_i é o esforço na componente i , F_i é a força no nó externo correspondente ao grau de liberdade u_i e Φ_i é a força no nó interno correspondente ao grau de liberdade v_i (ver Fig. 4).

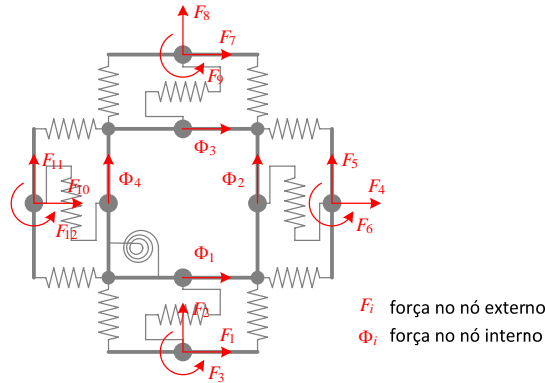


Figura 4. Resultantes internas e externas.

2.5 Relações constitutivas

Os esforços f_i nas componentes são função das deformações a que estas estão submetidas, definindo relações constitutivas não lineares (onde \mathbf{E}_T é a matriz constitutiva generalizada):

$$\mathbf{f} = \mathbf{E}(\mathbf{\Lambda}) = \mathbf{E}_T \mathbf{\Lambda} + \dots \quad (4)$$

2.5.1 Componente tipo 1

Para o escorregamento das armaduras longitudinais adoptou-se o modelo apresentado por Lowes et al. [5]. Foi sobretudo a sua grande simplicidade que levou à escolha deste modelo, em detrimento de outros mais ajustados, como sejam o sugerido pelo MC90 [6], que serão contemplados em desenvolvimentos futuros. O modelo de Lowes assume (i) tensões tangenciais constantes por troços na interface aço-betão; (ii) que o troço rectilíneo das armaduras na ligação tem um comprimento suficiente para a transmissão das forças de tracção e/ou compressão decorrentes do momento transmitido pelas vigas e pilares; (iii) que para efeitos de contabilização do escorregamento relativo das armaduras, o betão é indeformável e (iv) as armaduras exibem escorregamento nulo em relação ao betão envolvente no ponto onde apresentam tensão nula. O betão só é contabilizado na zona de compressão, tanto para efeitos de rigidez como de resistência. A Fig. 5 apresenta a relação constitutiva para a componente tipo 1 sendo f_s a tensão na armadura e $slip$ o escorregamento armadura-betão, ambos referidos à interface entre a viga ou o pilar e o núcleo da ligação.

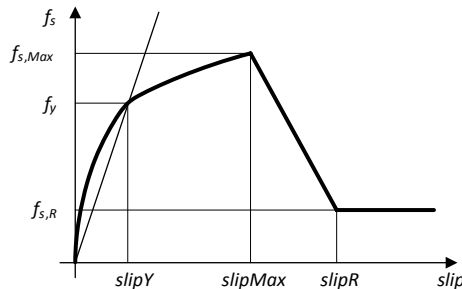


Figura 5. Andamento qualitativo da curva tensão – escorregamento.

2.5.2 Componente tipo 2

Para modelar a deformação do núcleo da ligação viga-pilar foi adoptada a *Modified Compression Field Theory (MCFT)* (Collins and Mitchell [7]; Vecchio e Collins [8]) tendo sido implementada a versão simplificada apresentada por Bentz [9] com as relações constitutivas apresentadas no programa *Membrane2000* [10].

A MCFT visa prever o comportamento de elementos laminares de betão armado submetidos a estados planos de tensão ao longo de toda a história de carga. Para tal são definidas relações constitutivas calibradas experimentalmente para os materiais constituintes. Esta teoria incorpora vários pressupostos simplificativos: (i) as armaduras só resistem, de forma explícita, a acções axiais; (ii) o betão fissurado nas peças de betão armado apresenta relações constitutivas próprias que podem diferir das de um cilindro/cubo de betão; (iii) as extensões usadas nas relações constitutivas para aço e betão são definidas pelos valores médios medidos ao longo de um comprimento suficientemente grande para poder albergar várias fissuras, de modo que as extensões usadas nas leis constitutivas dos materiais englobam o efeito combinado das extensões nas fissuras, das extensões entre as fissuras, do escorregamento das armaduras e do escorregamento ao longo das fissuras entre as faces em contacto; (iv) as tensões também são definidas como valores médios que, implicitamente, têm em consideração as tensões nas fissuras, as tensões entre fissuras, tensões de interface nas faces das fissuras e o efeito de ferrolho (Fig. 6). A simplicidade decorrente de não ter que considerar estes fenómenos complexos de uma forma explícita é talvez a maior vantagem da MCFT.

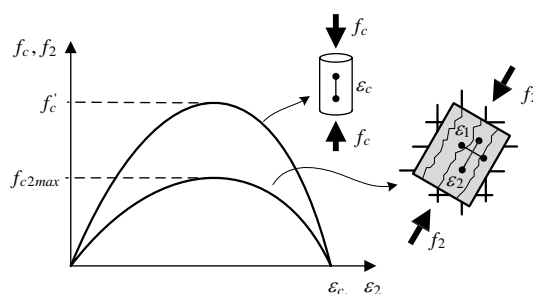


Figura 6. Comportamento do betão em compressão.

Tendo em atenção que as fissuras podem ser condicionantes, na medida em que as tensões nas armaduras são agravadas pela anulação da tensão de tracção no betão, é necessária uma verificação explícita para assegurar que as tensões médias são compatíveis com o estado de tensão real (local) nas fissuras. Em termos práticos esta verificação consiste em limitar a tensão principal máxima (em termos médios) que se pode desenvolver no betão a um valor máximo determinado pela tensão nas armaduras e pelas tensões tangenciais nas interfaces de betão ao longo das fissuras.

2.5.3 Componente tipo 3

Para modelar o comportamento ao corte da interface entre as vigas/pilares e o núcleo da ligação foi implementado um dos modelos desenvolvidos por Walraven [11].

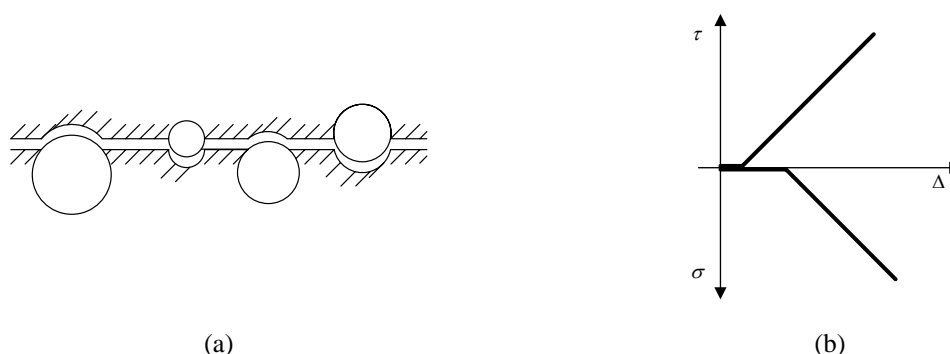


Figura 7. (a) Idealização da estrutura do plano da fenda [11], (b) andamento qualitativo da variação das tensões na fissura com o escorregamento relativo das faces.

Este modelo visa descrever ao nível da partícula (Fig. 7) o mecanismo de transferência de forças de corte através de fissuras, mais precisamente o interbloqueio dos agregados. O modelo assume que a fissura ocorre na interface entre a pasta de ligante e a superfície dos agregados, e modela simplificada as partículas dos agregados como esferas de diferentes diâmetros. Assume-se que (i) a fenda pode atingir a profundidade de qualquer partícula com igual probabilidade e (ii) o efeito da rugosidade provocada pelas saliências dos agregados é preponderante em relação ao efeito da rugosidade associada à ondulação geral da fenda, pelo que se assumem fendas planas. O modelo é válido apenas para carregamentos monotónicos na medida em que, para carregamentos cíclicos, os ciclos de carga dão origem a histerese significativa em termos da força de corte e de deformação associada.

3. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

O modelo apresentado foi implementado em linguagem de programação *Mathematica*, mediante um método iterativo-incremental com controlo de deformação. A convergência em cada incremento é obtida através do método de Newton-Raphson aplicado às equações governativas, assumindo a posição de equilíbrio do incremento anterior como estimativa inicial.

A agregação das relações de equilíbrio, constitutivas e de compatibilidade permite estabelecer a equação governativa

$$\mathbf{k} \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (5)$$

onde \mathbf{k} é a matriz de rigidez que é função dos deslocamentos nodais \mathbf{d} , ou seja, $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{d})$. Este é um sistema de N equações não lineares a N incógnitas.

Após a determinação dos deslocamentos dos nós internos e externos, as forças nodais são calculadas por aplicação sucessiva das relações (2), (4) e (3).

Para calcular a resposta do modelo é utilizando um procedimento incremental no decorrer do qual se vão obter as configurações de equilíbrio para níveis de carga crescentes (admitindo-se, para já, a inexistência de pontos limite) aplicando sucessivamente a Eq. (5) na sua forma incremental

$$\mathbf{k}_{n-1} \Delta \mathbf{d}_n = \Delta \mathbf{F}_n \quad (6)$$

com $\mathbf{d}_n = \mathbf{d}_{n-1} + \Delta \mathbf{d}_n$, $\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_{n-1} + \Delta \mathbf{F}_n$ e $\mathbf{k}_{n-1} = \mathbf{A}^T \mathbf{E}(\mathbf{d}_{n-1}) \mathbf{A}$.

Considerando um carregamento proporcional, o incremento de carga é definido pelo produto do parâmetro de carga λ por um vector de carga \mathbf{Q} fixo

$$\Delta \mathbf{F}_n = \Delta \lambda_n \mathbf{Q} \quad (7)$$

com $\lambda_n = \lambda_{n-1} + \Delta \lambda_n$. Substituindo (7) em (6) obtém-se

$$\mathbf{k}_{n-1} \Delta \mathbf{d}_n = \Delta \lambda_n \mathbf{Q} \quad (8)$$

Considere-se, para um dado incremento n , o vector das forças desequilibradas definido por

$$\Psi(\mathbf{d}_n, \lambda_n) = \mathbf{F}_n - \mathbf{k}(\mathbf{d}_n) \mathbf{d}_n = \lambda_n \mathbf{Q} - \mathbf{k}(\mathbf{d}_n) \mathbf{d}_n \quad (9)$$

Na vizinhança de um ponto limite o incremento $\Delta \lambda_n$ não pode ser prescrito e, em vez disso, este tem que ser determinado como solução do processo iterativo. Ficamos desta forma com o problema de resolução de um sistema de $N+1$ incógnitas (N deslocamentos nodais mais 1 incremento no factor de carga) sendo pois necessário considerar uma equação adicional, que se designará por equação de restrição.

Considere-se, no âmbito do método de Newton-Raphson, a Eq. (9) aplicada à iteração i do passo n

$$\Psi(\mathbf{d}_n^i, \lambda_n^i) = \lambda_n^i \mathbf{Q} - \mathbf{k}(\mathbf{d}_n^i) \mathbf{d}_n^i \quad (10)$$

Tomando os dois primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor de $\Psi(\mathbf{d}_n^i, \lambda_n^i)$ em torno da solução para a iteração $i-1$, e igualando a zero, obtém-se

$$\Psi(\mathbf{d}_n^i, \lambda_n^i) \approx \Psi(\mathbf{d}_n^{i-1}, \lambda_n^{i-1}) + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{d}} \right)_n^{i-1} \delta \mathbf{d}_n^i + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right)_n^{i-1} \delta \lambda_n^i = 0 \quad (11)$$

com

$$\mathbf{d}_n^i = \mathbf{d}_{n-1} + \Delta \mathbf{d}_n^i = \mathbf{d}_{n-1} + \Delta \mathbf{d}_n^{i-1} + \delta \mathbf{d}_n^i \quad (12)$$

$$\lambda_n^i = \lambda_{n-1} + \Delta \lambda_n^i = \lambda_{n-1} + \Delta \lambda_n^{i-1} + \delta \lambda_n^i \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{d}} \right)_n^{i-1} = -(\mathbf{k}_T)_n^{i-1} = -\mathbf{K}(\mathbf{d}_n^{i-1}) \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right)^{i-1} = \mathbf{Q} \quad (15)$$

onde $(\mathbf{k}_T)_n^{i-1}$ é a matriz de rigidez tangente para $\mathbf{d} = \mathbf{d}_n^{i-1}$. Substituindo as expressões (14) e (15) na Eq. (11) obtemos

$$(\mathbf{k}_T)_n^{i-1} \delta \mathbf{d}_n^i = \Psi(\mathbf{d}_n^{i-1}, \lambda_n^{i-1}) + \delta \lambda_n^i \mathbf{Q} \quad (16)$$

Caso seja possível identificar um grau de liberdade j no modelo que apresente comportamento monotónico ao longo de toda a história de carga (sempre crescente ou sempre decrescente) pode obter-se a curva carga-deslocamento da ligação adoptando uma equação de restrição associada a esse grau de liberdade. Esta equação será constituída por coeficientes nulos com excepção do coeficiente unitário correspondente ao grau de liberdade j . O termo independente da equação de restrição é diferente de zero na primeira iteração do incremento e igual a zero nas restantes iterações. O valor assumido na primeira iteração é o da variação pretendida para o deslocamento associado ao grau de liberdade de controlo no incremento em causa, Δe

$$\mathbf{R} \delta \mathbf{d}_n^i = \Delta e \delta_{li} \quad (17)$$

em que δ_{li} é o delta de Kronecker e $R_k = \delta_{kj}$ com $k=1, N$.

O sistema de equações a resolver pode ser representado na forma

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{k}_T)_{incr}^{iter-1} & -\mathbf{Q} \\ \mathbf{R} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \mathbf{d}_{incr}^{iter} \\ \delta \lambda_{incr}^{iter} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Psi_{incr}^{iter-1} \\ \Delta e \delta_{li}^{iter} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

sendo o processo iterativo considerado concluído quando o valor absoluto do máximo erro relativo para o deslocamento em duas iterações sucessivas for menor que uma dada tolerância.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para ilustrar a aplicação do modelo foi comparado o comportamento experimental de uma estrutura com uma ligação de extremidade (Fig. 8a) ensaiada por Roeser [12] com a estimativa para o comportamento da ligação obtida recorrendo ao modelo apresentado.

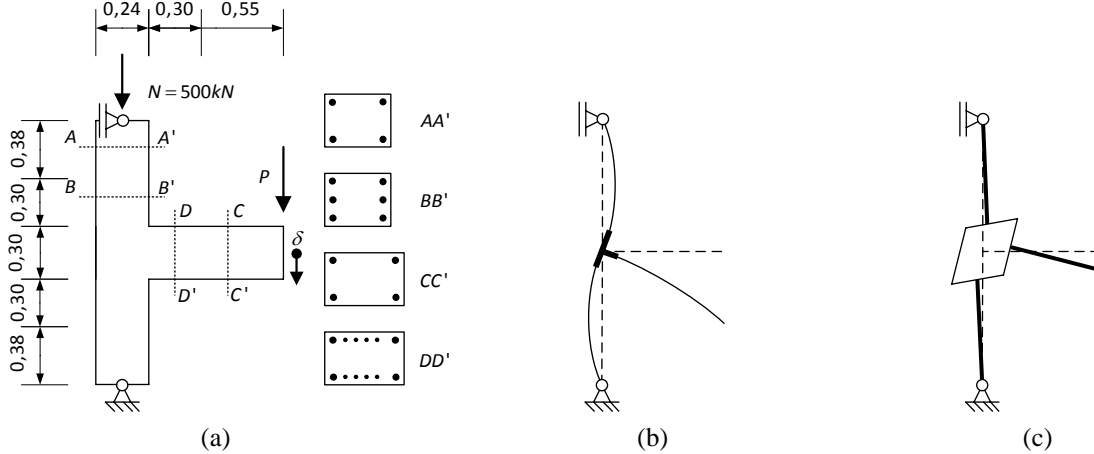


Figura 8. (a) Espécime RK1 (dimensões em metros), (b) deslocamento associado à flexão da viga/pilar e (c) deslocamento associado à deformação da ligação.

Tanto a viga como o pilar do espécime RK1 apresentavam 15cm de profundidade. O betão apresentava à data de ensaio uma resistência à compressão média obtida com cilindros de 30cm de altura e 15cm de diâmetro de 57,9MPa. As armaduras de tracção e de compressão adoptadas para a viga foram $2\phi 20$ com uma tensão limite de proporcionalidade a 0,2% de 537,3MPa e com uma altura útil de 27,4cm. As armaduras do pilar eram constituídas por $4\phi 16$ (um varão junto a cada canto) em que a distância do eixo de cada varão à face de betão mais próxima era 3,5cm e as armaduras apresentavam uma tensão limite de proporcionalidade a 0,2% de 564MPa. Tanto as cintas do pilar como os estribos da viga apresentavam um afastamento entre eixos de 10cm, diâmetro 8mm e uma tensão limite de proporcionalidade a 0,2% de 625,8MPa. Na zona da ligação não foram colocados nem estribos nem cintas. Foram no entanto colocadas 4 armaduras de reforço em forma de U (em plano horizontal) que se prolongavam cerca de 30cm para a viga em $\phi 10$ com uma tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2% de

545,3MPa. As armaduras do pilar na zona da ligação foram reforçadas com 2 ϕ 16 verticais (um em cada face) que se prolongavam cerca de 30cm para cima e para baixo da ligação.

O parâmetro adoptado para efectuar a comparação dos resultados experimentais com a simulação numérica foi o deslocamento vertical δ no ponto de aplicação da força P . O deslocamento δ foi obtido recorrendo à soma de duas parcelas: (i) a parcela decorrente da flexão da viga e dos pilares e (ii) a parcela decorrente da deformação da ligação, ver Fig. 10.

A parcela (i) foi obtida determinando os diagramas momento curvatura para cada secção transversal e integrando numericamente as curvaturas ao longo da viga e dos pilares para cada nível de carga. Na Fig. 9 são apresentados a título de exemplo os diagramas momento curvatura para a viga e para os pilares nas zonas mais afastadas da ligação, obtidos aplicando as relações constitutivas para os materiais patentes no MC90 [6]. Note-se que no caso do pilar se assumiu simplisicamente um esforço axial constante de compressão de 500kN. Na verdade este esforço foi aumentando na parte inferior do pilar à medida que a força P também foi aumentando.

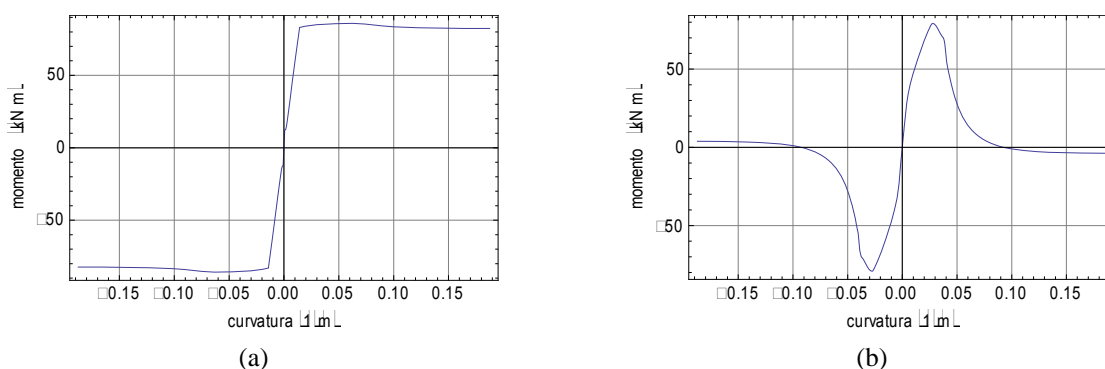


Figura 9. (a) Relação momento curvatura para a viga (secção CC') e (b) relação momento curvatura para o pilar (secção AA').

A parcela (ii) foi obtida calculando o deslocamento δ aplicando o modelo de ligação viga-pilar apresentado e assumindo que a viga e os pilares são rígidos. No caso da componente correspondente ao núcleo da ligação viga-pilar e para efeitos de aplicação da MCFT só foi tida em consideração a armadura transversal do nó identificada por Roeser [12] como efectiva de acordo com os critérios definidos por Hamil [13].

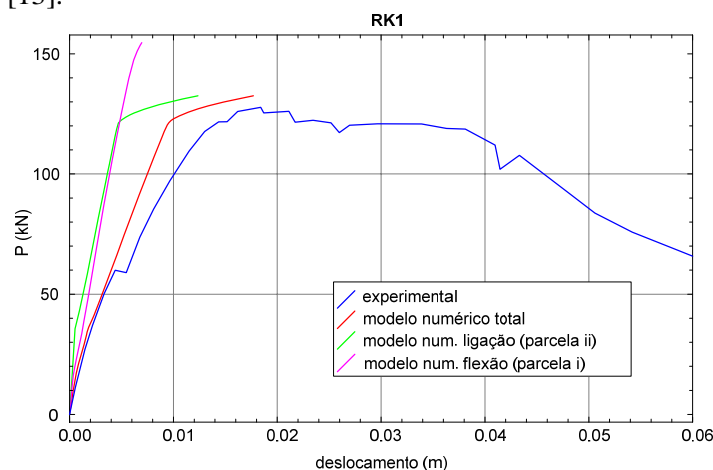


Figura 10. Relação força deslocamento para o espécime RK1.

Como se constata na Fig. 10, a estimativa obtida por via numérica apresenta-se mais rígida que a curva experimental para valores próximos da carga máxima. Essa diferença dever-se-á a dois factores: (i) o modelo de comportamento do núcleo da ligação de betão armado baseado na MCFT apresenta um comportamento mais rígido que o constatado experimentalmente (Fig. 11) e (ii) assumiu-se que na zona junto à ligação que as armaduras de reforço são completamente aderentes desde a extremidade para efeitos de integração de curvaturas. O segundo factor é particularmente relevante na medida em que a zona afectada é a de momentos flectores máximos, logo aquela onde seria de esperar uma maior contribuição para a deformação total, como se pode constatar pelas curvas momento-curvatura das secções.

Na Fig. 11 são comparadas a relação tensão tangencial no núcleo da ligação viga-pilar e a respectiva distorção obtida experimentalmente com as suas estimativas obtidas com a MCFT e com um modelo empírico proposto por Roeser [12] que ilustra o argumento (i) apresentado acima.

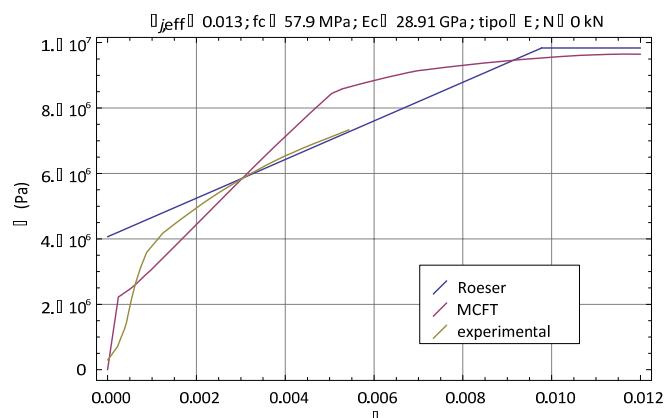


Figura 11. Relação tensão tangencial - distorção para o núcleo do nó do espécime RK1.

5. CONCLUSÕES

O modelo de ligação implementado fornece uma boa estimativa do comportamento da ligação viga-pilar. No entanto, estes estudos prosseguem, dirigindo-se agora para a revisão dos modelos das principais componentes da ligação, de modo a reflectir de forma mais transparente a sua pormenorização e, desse modo, melhorar a solução.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é apoiado financeiramente pela Fundação para a Ciência e Tecnologia por intermédio da bolsa SFRH/BD/36605/2007.

REFERÊNCIAS

- [1] GOMES, F.T. - The EC3 classification of joints and alternative proposals. Eurosteel Coimbra 2002. Coimbra, 2002.
- [2] LOWES, L.N.; ALTOONTASH, A. - Modeling reinforced-concrete beam-column joints subjected to cyclic loading. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. 2003;129:1686-1697.
- [3] OWENS, G.W.; CHEAL, B.D. - Structural Steelwork Connections: Butterworths & Co. Ltd, 1989.
- [4] DIAS DA SILVA, V. - Mechanics and strength of materials: Springer, 2006.
- [5] LOWES, L.N.; MITRA, N.; ALTOONTASH, A. - A beam-column joint model for simulating the earthquake response of reinforced concrete frames. Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, 2004.
- [6] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON - CEB-FIP Model Code 1990 - Design Code. Thomas Telford Services Ltd, 1990.
- [7] COLLINS, M.P.; MITCHELL, D. - Prestressed Concrete Basics: Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987.
- [8] VECCHIO, F.J.; COLLINS, M.P. - Predicting the response of reinforced concrete beams subjected to shear using modified compression field theory. *ACI Structural Journal*. 1988:258-268.
- [9] BENTZ, E.C. - Sectional analysis of reinforced concrete members. Graduate Department of Civil Engineering, Toronto: University of Toronto, 2000.
- [10] BENTZ, E.C. - Membrane-2000, Reinforced concrete membrane analysis using the modified compression field theory. Toronto, 2000.
- [11] WALRAVEN, J.C. - Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis. Delft: Delft University, 1980.
- [12] ROESER, W. - Zum tragverhalten von Rahmenknoten aus Stahlbeton. Aachen: University of Aachen, 2002.
- [13] HAMIL, S.J. - Reinforced concrete beam-column connection behaviour. Durham: University of Durham, 2000.