

Análise de procedimentos para medida de rotações e curvaturas em vigas de concreto armado

**Bruna Catoia¹, Carlos A.T. Justo², Roberto C. Carvalho³, Libânio M. Pinheiro⁴,
Marcelo de Araujo Ferreira⁵**

RESUMO

Neste trabalho será investigada a validade e a confiabilidade de diferentes procedimentos experimentais, juntamente com diferentes tipos de instrumentos para medir relações de rotação e de curvatura, dentro do estudo de deformabilidade em vigas de concreto armado. Será realizada uma análise comparativa a fim de comprovar a eficiência de determinados instrumentos para a obtenção de curvaturas e de rotações em vigas biapoiadas. Dessa forma, serão ensaiadas experimentalmente três vigas de concreto armado, projetadas considerando diferentes taxas de armaduras, e posteriormente os resultados experimentais serão comparados com os relativos a modelos teóricos. As armaduras das vigas referem-se aos domínios de deformação 2 e 3 e ao limite entre os domínios 3 e 4. A partir dos resultados obtidos neste trabalho, será possível avaliar a eficiência dos procedimentos de ensaio empregados e dos instrumentos utilizados para obter medidas diretas e indiretas de rotações e de deslocamentos.

PALAVRAS-CHAVE

Concreto armado. Vigas. Domínios de deformação. Rotação. Curvatura. Medidas experimentais.

¹ Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas. São Carlos, Brasil. bcatoia@sc.usp.br

² Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Civil. Brasil. justocivil02@yahoo.com.br.

³ Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Civil. São Carlos, Brasil. chust@power.ufscar.br

⁴ Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas. São Carlos, Brasil. libanio@sc.usp.br

⁵ Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Civil. Brasil. marcelo-ufscar@uol.com.br

1. INTRODUÇÃO

O objetivo geral deste artigo é investigar a validade e a confiabilidade de diferentes procedimentos experimentais, juntamente com diferentes tipos de aparelhos medidores para obtenção das relações de rotação e de curvatura em vigas de concreto armado. Assim, investigou-se a validade e a confiabilidade na medição externa de rotações (giros nas extremidades das vigas), comparando os valores indicados por clinômetros (leitura direta) com aqueles obtidos por meio de transdutores (leitura indireta). Além disso, foram investigados procedimentos experimentais para a obtenção de medidas de curvatura, a partir da comparação das medidas diretas de deformações internas (por meio de *strain-gages*), com medições externas, utilizando extensômetros elétricos de base removível (leitura direta) ou por meio de transdutores (leitura indireta, deduzida). A validação dos resultados experimentais foi obtida a partir de comparações com resultados teóricos.

Assim, este trabalho se justifica principalmente quanto à validação do uso de aparelhos medidores externos às peças de concreto e a sua respectiva confiabilidade qualitativa e quantitativa das leituras realizadas, o que facilita a instrumentação principalmente de peças pré-fabricadas, por não ser necessária a inserção de equipamentos medidores internos e o consequente dispêndio de tempo e de mão-de-obra especializada, para a fixação desses instrumentos.

Com este estudo relacionado ao método e focado, principalmente, na instrumentação das peças de concreto armado, foi possível desenvolver procedimentos experimentais racionalizados e simplificados, os quais permitem reduzir os custos e a duração dos ensaios.

Foi dada ênfase em ensaios mais simples, como no caso da viga de concreto armado biapoada, a fim de testar a viabilidade das metodologias para a instrumentação.

2. DOMÍNIOS DE DEFORMAÇÃO

Uma viga de concreto armado, submetida a qualquer tipo de flexão, alcança a ruína quando as deformações máximas específicas dos materiais que a compõem (concreto e aço) são atingidas, uma delas ou ambas. Uma seção transversal retangular com armadura simples (só tracionada), submetida a solicitações normais, possui conjuntos de deformações do concreto e do aço que definem seis domínios de deformação, indicados na Fig. 1. Esses domínios representam as diversas possibilidades de ruína da seção. A cada par de deformações específicas de cálculo, para o aço e o concreto, correspondem a um esforço normal, se houver, e um momento fletor atuante na seção.

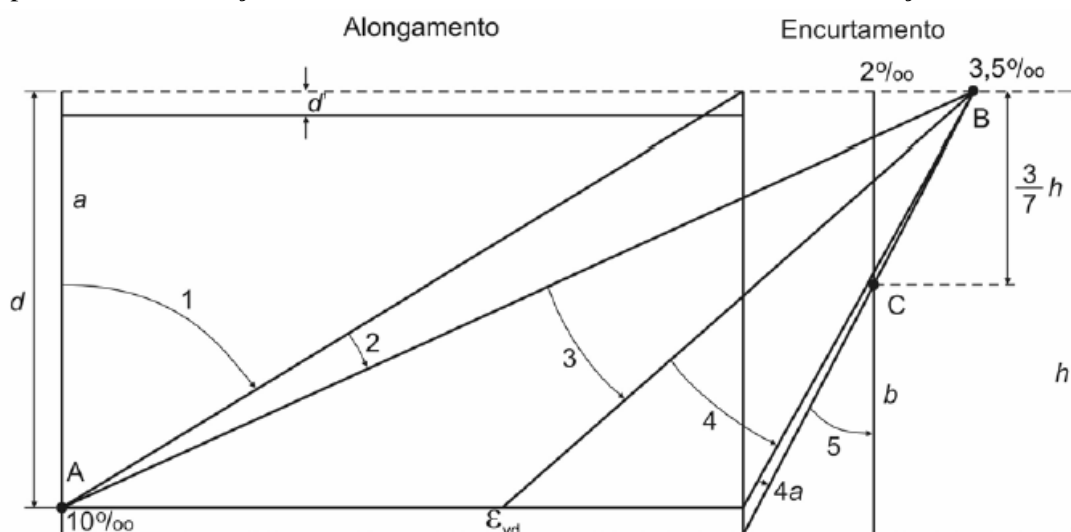


Figura 1. Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal segundo a Norma NBR 6118:2003 [1].

3. CARACTERIZAÇÃO DOS ESTÁDIOS DE COMPORTAMENTO

A partir da observação de ensaios de vigas biapoiadas, com duas cargas concentradas simétricas (Ensaio de STUTTGART), podem ser identificados os estádios de comportamento de peças fletidas de concreto armado, que se consistem em três fases distintas (I, II e III). Esses três estádios de comportamento ocorrem com o aumento da carga atuante, até o colapso da peça.

O Estádio I (estádio elástico) caracteriza-se pelo não aparecimento de tensões no concreto tracionado acima da sua capacidade resistente à tração (f_{tk}), tendo os seguintes aspectos: não há o aparecimento de fissuras visíveis; o diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear; as tensões nas fibras tracionadas e comprimidas são proporcionais às respectivas deformações.

Na medida que se aumenta o valor da carga aplicada, com o conseqüente aumento do momento fletor na peça, o valor da tensão no bordo tracionado ultrapassa a capacidade resistente do concreto à tração, ocorrendo, assim, a segunda fase, denominada Estádio II (estado de fissuração), onde são observados os seguintes aspectos: as fissuras de tração na flexão do concreto são visíveis; os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura de tração; a tensão de compressão no concreto continua linear.

O Estádio III ocorre após completa plastificação do concreto comprimido, com momento fletor relativo à ruptura do concreto por compressão. Nesta fase, para que haja utilidade e bom aproveitamento da armadura tracionada, ela é calculada de modo a estar plastificada (domínio de deformação 3). Se estiver, verifica-se claramente que há uma grande variação da curvatura, mesmo sem acréscimo do momento fletor. Os aspectos principais nesta fase são: a peça apresenta-se bastante fissurada, havendo um deslocamento da linha neutra em direção ao bordo comprimido, com a redução da área de concreto submetido a compressão; a fibra mais comprimida do concreto atinge sua deformação específica limite de 3,5‰; o diagrama de tensão no concreto tende a ficar vertical (uniforme), com a maior parte de suas fibras trabalhando com sua tensão máxima, isto é, quase todas as fibras ultrapassaram a deformação específica de 2‰; supõe-se que a distribuição de tensões no concreto se dê segundo um diagrama parábola-retângulo.

A verificação de deformação excessiva e de fissuração é feita com base nos Estados Limites de Serviço (ELS), em que atuam as ações reais (sem majoração), isto é, admitindo-se os Estádios I e II.

4. DETERMINAÇÃO TEÓRICA DA FLECHA, ROTAÇÃO E CURVATURA

Para a análise de flechas imediatas em vigas de concreto armado, a NBR 6118:2003 [1] adota o momento de inércia equivalente, baseado na fórmula de Branson, utilizada por diversas normas internacionais, obtida de um valor intermediário entre a inércia da seção no estágio I e no estágio II:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \right] \cdot I_{II}$$

onde:

I_{eq} : momento de inércia equivalente, para uma seção ou para toda a peça, no caso de vigas simplesmente apoiadas;

I_I : momento de inércia da peça no estágio I (da seção bruta ou homogeneizada);

I_{II} : momento de inércia da peça no estágio II;

M_r : momento de fissuração do concreto;

M_{at} : momento atuante na seção mais solicitada;

n – índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo o seu comprimento.

O valor da flecha imediata para viga biapoiada com duas forças concentradas e simétricas pode ser calculado teoricamente como:

$$f = \frac{F.a}{24.E.I_{eq}}.(3.L^2 - 4.a^2)$$

onde:

f – flecha imediata;

F – força aplicada;

a – distância entre o apoio e as forças concentradas;

L – distância entre apoios.

A rotação teórica na extremidade da viga biapoiada (θ) pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$\theta = \frac{L.P.a}{2.(E.I)_{eq}} \left(L - \frac{a}{L} \right)$$

A curvatura teórica da viga biapoiada $\left(\frac{1}{r} \right)$ pode ser determinada a partir de sua rigidez:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{(E.I)_{eq}}$$

onde:

M – momento nomeio do vão da viga.

5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Neste item serão apresentadas as características dos modelos ensaiados e suas instrumentação.

5.1 Considerações gerais

Foram ensaiadas três vigas de concreto armado com diferentes quantidades de armadura, com o intuito de avaliar o comportamento da região entre o estágio I (estado elástico), em que a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência característica à tração (f_{tk}), e o estágio II (estado de fissuração), no qual o concreto não mais resiste as tensões de tração, na maioria dos pontos abaixo da linha neutra (LN). Assim, foram considerados os domínios de deformação, no estado limite último (ELU), como critério de seleção dessas três vigas, sendo caracterizadas por uma menor ou maior quantidade de armadura, como pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1. Características das vigas segundo os domínios de deformação no ELU.

<i>Vigas</i>	<i>Características</i>	<i>Taxa de armadura</i> (kgf/m ³)	<i>Domínios de deformação</i>
1	Pouco armada	88,4	Domínio 2
2	Medianamente armada	189,21	Domínio 3
3	Muito armada	250,42	Limite entre os domínios 3 e 4

As vigas em estudo têm as seguintes dimensões: 3,95m de comprimento entre apoios e mais 10cm em cada extremidade, totalizando 4,15m, largura de 15cm e altura de 30cm, possuindo um volume total de concreto de 0,19m³, como pode ser observado na Fig. 2.

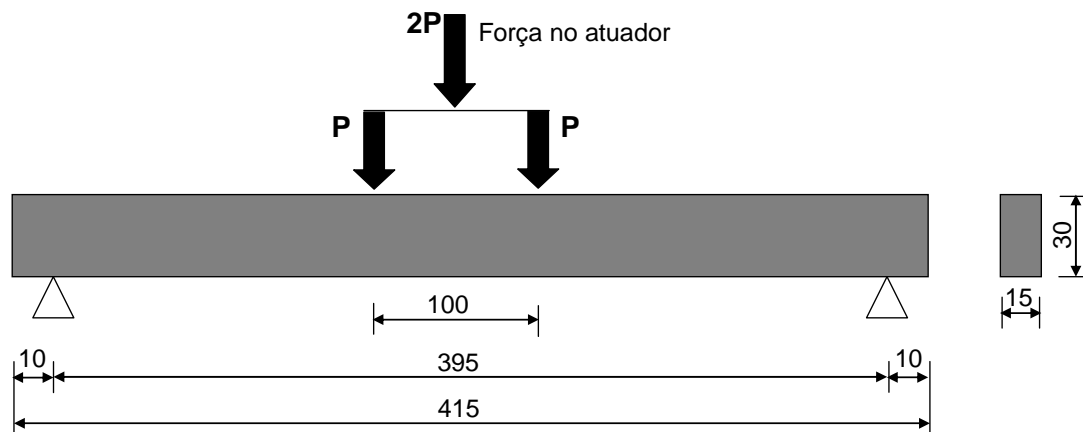


Figura 2. Dimensões das vigas (em centímetros).

Foram realizados ensaios com corpos-de-prova de 15cm x 30cm para a determinação da resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto utilizado nos modelos. Dessa forma, o concreto utilizado para compor os modelos ensaiados apresentou resistência à compressão de 30MPa e módulo de elasticidade correspondente a 27GPa.

5.2 Instrumentação dos modelos

Os ensaios foram executados com a aplicação gradativa da força, por um atuador hidráulico, até o colapso das vigas. Além do atuador hidráulico, foram utilizados também: célula de carga, para medir forças; transdutor de deslocamentos LVTD (TD), para medir deslocamentos; *strain gage* (SG), para medir deformações; extensômetro elétrico com base removível (EBR), para medir deformações, e clinômetro (CL), para leitura de rotações. Assim, para cada estágio de carregamento, foram medidas as grandezas pertinentes ao projeto, que correspondem a: deformações no concreto e na armadura, deslocamentos, curvaturas e rotações. O esquema geral de todos os ensaios, juntamente com sua instrumentação, possibilita observar a quantidade e o posicionamento, na viga, de cada instrumento de medição, conforme ilustrado na Fig. 3.

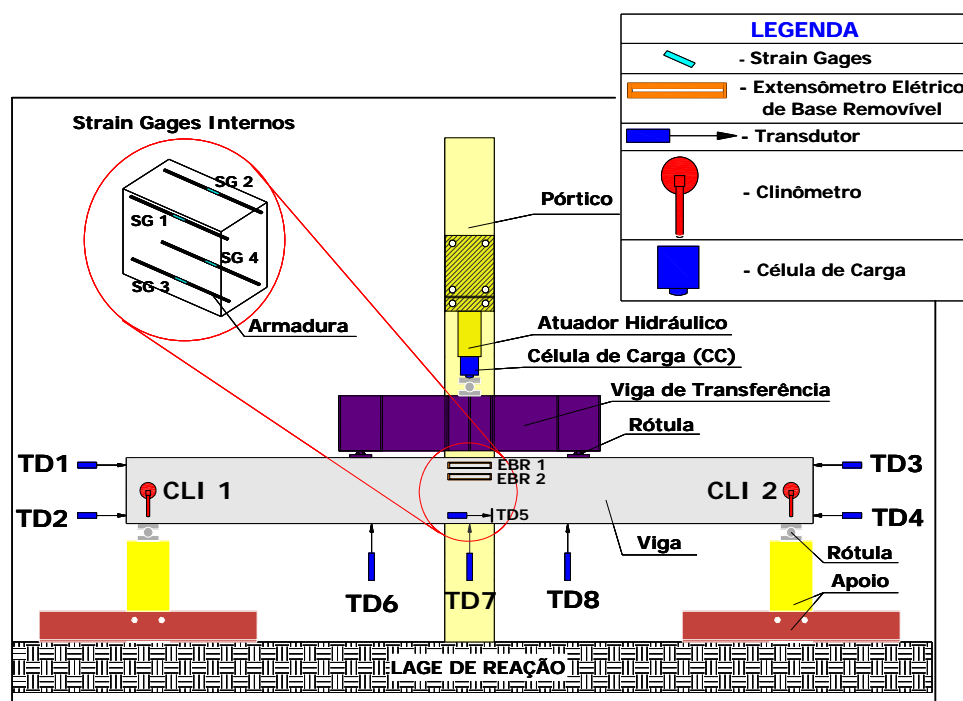


Figura 3. Esquema geral da instrumentação do modelo de ensaio com viga biapoiada.

6. RESULTADOS

Com o emprego de planilhas e de processos de cálculo, foi possível realizar simulações e cálculos teóricos e, conseqüentemente, obter curvas momento-curvatura, momento-rotação, dados de deslocamentos e de rigidez, para as três vigas em análise. Os cálculos foram processados nas planilhas segundo um critério de informações fornecidas como, por exemplo, dimensões necessárias das vigas, resistência característica à compressão (f_{ck}), entre outras, e combinadas com fórmulas teóricas previamente estudadas, podendo ser considerados diversos resultados, por meio de gráficos essenciais para a comparação com os dados experimentais.

6.1 Viga calculada no domínio 2

Foi aplicado, no modelo em questão, um carregamento incremental com o emprego de um atuador hidráulico com capacidade para 500kN. Após este procedimento, foi realizado um ciclo de escorvamento, com carregamento da ordem de 4,5kN. Após esta fase, iniciou-se novamente a aplicação do carregamento, atingindo uma carga última da ordem de 30kN (momento de 22,125kN.m no centro da viga). A carga de projeto no Estado Limite Último (ELU) foi estimada em 27kN, no atuador central (19,91kN.m no centro da viga), a qual foi dividida em dois pontos de aplicação, no trecho central da viga, distantes de 1m entre si, resultando na reação de 13,5kN nos apoios. Adicionalmente, a carga prevista para o Estado Limite de Serviço (ELS) foi estimada em 12kN (8,85kN.m no centro da viga).

Na Figura 4a, pode-se observar os gráficos momento versus flecha, considerando valores teóricos e experimentais. As leituras experimentais de flecha foram obtidas a partir do deslocamento no transdutor posicionado no centro da viga (TD7). Considerando os carregamentos de 12kN e 27kN, as flechas no ELS e no ELU foram de 2,9mm e 16,4mm, respectivamente. A flecha máxima alcançada no ensaio foi de 23,1mm, para o carregamento de 30kN no atuador central.

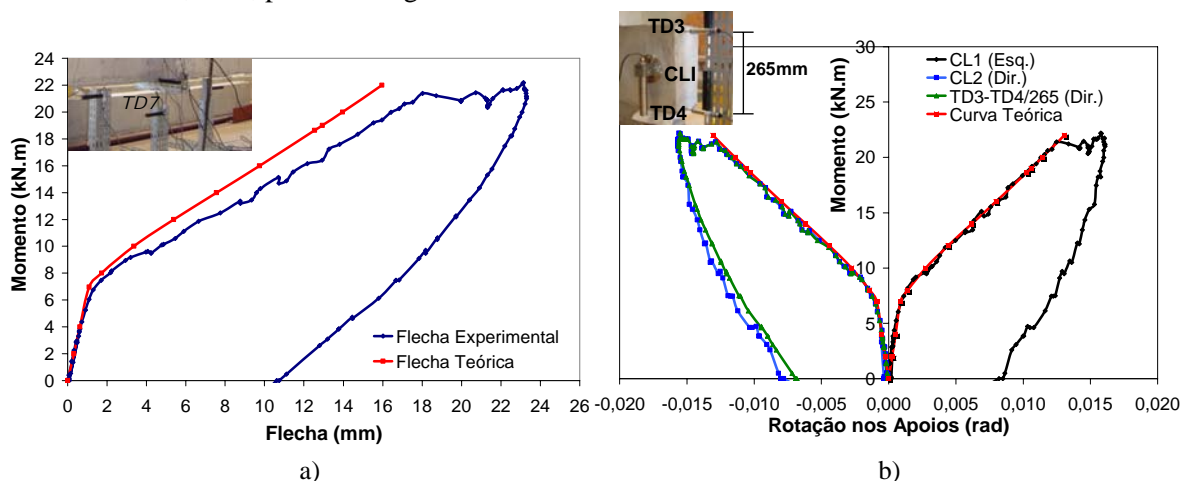


Figura 4. Viga calculada no domínio 2: a) Gráfico momento versus flecha; b) Gráfico momento versus rotação, na extremidade livre.

Na Figura 4b, estão apresentados os gráficos de momento versus rotação nos apoios, considerando as rotações obtidas de forma direta, com os clinômetros, e indiretamente, por meio dos transdutores, ambos posicionados na extremidade da viga.

Com os clinômetros, foi possível obter leituras globais de rotação, enquanto que os transdutores forneceram leituras relativas entre a viga e o pilar, ou seja, da ligação propriamente dita. A partir dos dados experimentais apresentados na Fig. 4b, pode-se observar que as rotações obtidas, tanto pelos

clinômetros quanto pelos transdutores, e a estimativa teórica estão muito próximas, atestando a qualidade e a confiabilidade do uso do clinômetro para medição de rotações.

Para a determinação da curvatura no meio do vão da viga, foram empregados três procedimentos: leituras de deslocamentos verticais, obtidos pelos transdutores; rotações das extremidades da viga, obtidas pelos clinômetros; e por meio do extensômetro elétrico de base removível, juntamente com o *strain gage*. Na Figura 5a, pode-se observar os gráficos de momento versus curvatura, para os três métodos considerados. A partir desses gráficos, pode-se observar a consistência dos resultados obtidos, considerando os métodos empregados. Além disso, na Fig. 5b, pode-se observar as rigidezes da viga, obtidas por meio de flechas, rotações, curvaturas e teoricamente.

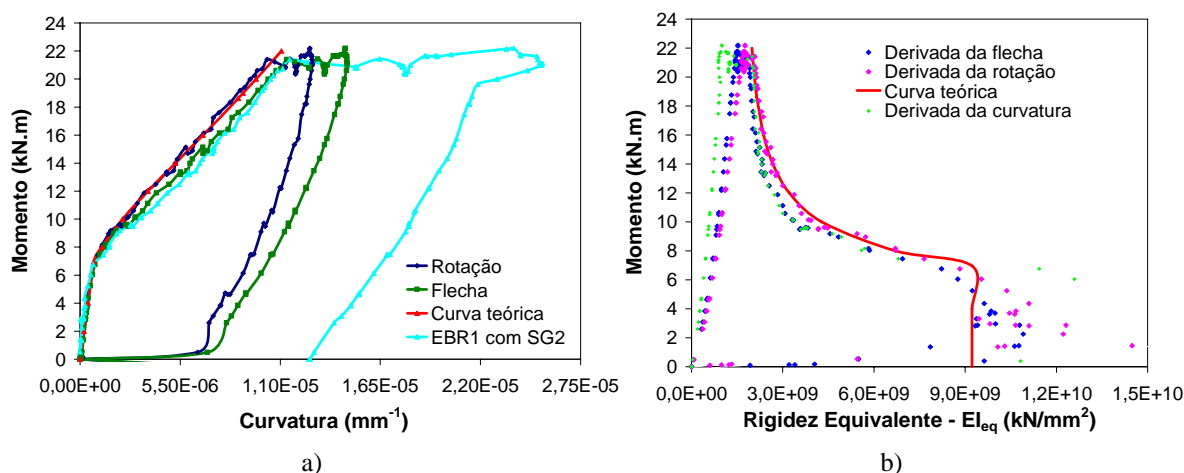


Figura 5. Viga calculada no domínio 2: a) Gráfico momento versus curvatura, na extremidade livre da viga; b) Gráfico momento versus rigidez equivalente, no meio do vão.

6.2 Viga calculada no domínio 3

Assim como na viga calculada no domínio 2, foi aplicado um carregamento incremental, por meio de um atuador hidráulico também com capacidade para 500kN. Após este procedimento, foi realizado um ciclo de escorvamento, com carregamento aplicado da ordem de 9kN, mas que não acomodou a peça de concreto armado da mesma forma que a viga do domínio 2. Após esta etapa, iniciou-se a aplicação do carregamento, atingindo uma carga última da ordem de 84kN (61,95kN.m no centro da viga). A carga de projeto no ELU foi estimada em 70kN no atuador central (51,62kN.m no centro da viga), que produziu uma reação de 35kN nos apoios da viga.

Na Figura 6a é apresentada a flecha, no meio do vão da viga, obtida a partir do deslocamento no transdutor central (TD7). Considerando os carregamentos de 70kN, a flecha no ELU foi de 22mm. A flecha máxima alcançada no ensaio foi de 28,8mm, para o carregamento de 84kN no atuador central. Na Figura 6b estão apresentadas as rotações, que foram obtidas por meio dos clinômetros, posicionados no eixo de giro da peça, sendo coincidente com o eixo da rótula do apoio da extremidade. Além disso, na Fig. 6b, são mostradas as rotações deduzidas com o uso dos transdutores, posicionados nas extremidades da viga e fixados no elemento de apoio. A partir dos dados experimentais apresentados na Fig. 6b, pode-se observar que as rotações obtidas, tanto pelos clinômetros quanto pelos transdutores, são muito próximas.

A curvatura no meio da viga foi deduzida primeiramente com as leituras de deslocamentos verticais, apresentadas pelos três transdutores (TD6, TD7 e TD8), posicionados numa região que compreende 91cm, no meio do vão. Outra forma para a obtenção da curvatura foi sua dedução por meio da rotação na extremidade e, também, por meio do extensômetro elétrico de base removível, juntamente com o *strain gage*.

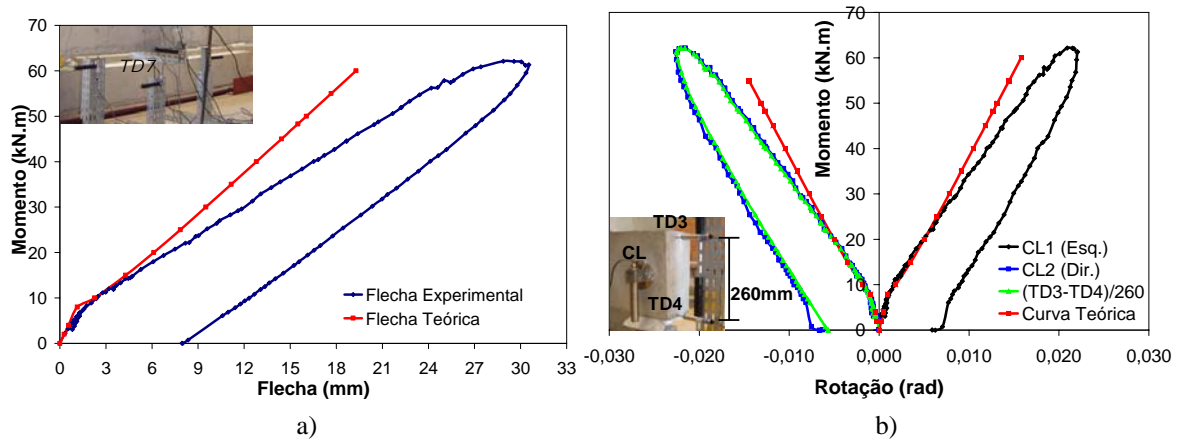


Figura 6. Viga calculada no domínio 3: a) Gráficos de momento versus flecha; b) Gráficos de momento versus rotação livre.

Como pode ser visto na Fig. 7a, todos os gráficos apresentaram-se muito próximos, no início do ensaio, até um momento de 20kN.m. A partir desse ponto, as curvaturas deduzidas por meio dos transdutores e dos clinômetros seguem com valores próximos, mas distanciando dos dados teóricos e da medida deduzida com o auxílio do extensômetro de base removível 1 (EBR1) e do *strain gage* 4. Na Figura 7b, são apresentados os dados relativos às rigidezes da viga calculada no domínio 3, que mostram a proximidade com os valores teóricos calculados.

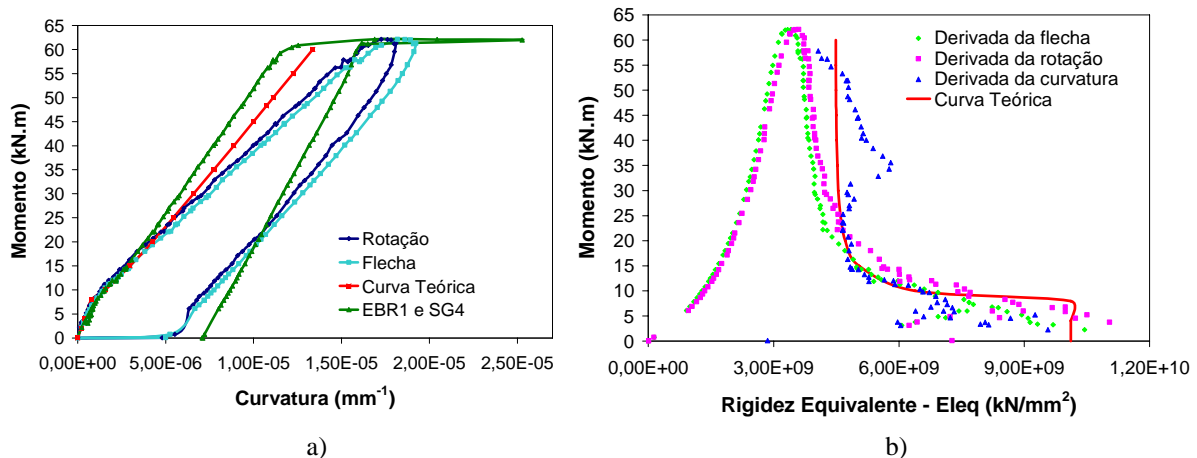


Figura 7. Viga calculada no domínio 3: a) Gráfico momento versus curvatura; b) Gráfico momento versus rigidez equivalente.

6.3 Viga calculada no limite entre os domínios 3 e 4

Aplicou-se na viga, dimensionada para trabalhar no limite entre os domínios 3 e 4, um carregamento incremental com a utilização do mesmo atuador hidráulico, com capacidade para 500kN. Posteriormente, foi realizado um ciclo de escorvamento, com carregamento aplicado da ordem de 8kN. Após esta fase, iniciou-se a aplicação do carregamento, atingindo uma carga última da ordem de 133kN no atuador central (98,08kN.m no centro da viga).

Na Figura 8a é apresentada a flecha no meio da viga, obtida a partir do deslocamento do transdutor central (TD7). O momento de projeto no ELU foi estimado em 72,47kN.m no centro da viga (carga de 98,26kN no atuador central), correspondendo a uma flecha de cerca de 24mm. A flecha máxima alcançada no ensaio foi de 36,5mm, para o carregamento de 133kN.

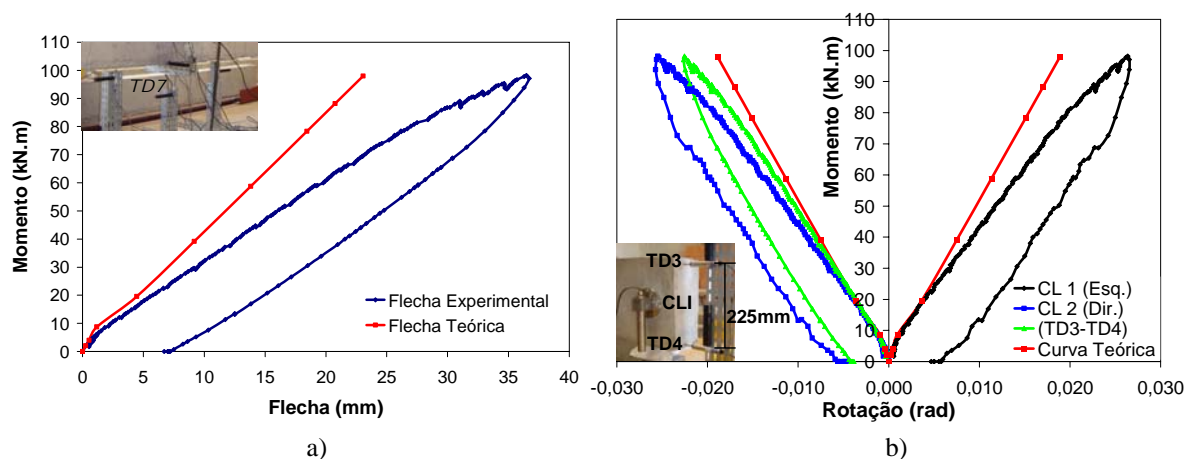


Figura 8. Viga entre os domínios 3 e 4: a) Momento versus flecha; b) Momento versus rotação.

Na Figura 8b, pode-se observar as rotações da extremidade livre da viga, obtidas com os clinômetros, transdutores e teoricamente. A partir dos gráficos ilustrados na Fig. 8b, pode-se observar que as rotações obtidas, tanto pelos clinômetros quanto pelos transdutores, estão muito próximas das relativas à simulação teórica, para o trecho antes do momento de fissuração da viga. Além disso, observa-se a simetria nas medidas de rotação entre o clinômetro fixado na extremidade esquerda e o fixado na direita, demonstrando um ensaio bem estável em relação às possíveis acomodações que a peça poderia sofrer. A curvatura no meio da viga, calculada no limite entre os domínios 3 e 4, foi obtida primeiramente com as medidas de deslocamentos verticais mostradas pelos três transdutores (TD6, TD7 e TD8), posicionados numa região que compreende 91cm, no meio do vão central. A curvatura também foi obtida de outras duas formas: pela dedução da rotação na extremidade e pelo uso dos EBR1 e EBR2.

Como pode ser observado na Fig. 9a, os gráficos apresentaram-se muito próximos, ao longo de todo o ensaio. Todos esses resultados deduzidos apresentaram semelhança com a simulação teórica, até o valor de 20kN.m. A partir desse ponto, as curvaturas deduzidas por meio dos transdutores, clinômetros e EBRs seguem com valores próximos. Na Figura 9b, são apresentados os valores relativos às rigidezes da viga calculada no limite dos domínios 3 e 4, que mostram uma menor tendência à proximidade com os valores teóricos calculados, diferenciando, assim, dos outros modelos ensaiados. Observaram-se fissuras com abertura de até 0,7mm, para uma carga de 128kN no atuador central (94,4kN.m no centro da viga), no ensaio da viga dimensionada para trabalhar no limite entre os domínios 3 e 4. Nesse ensaio verificou-se, também, que o espalhamento das fissuras ocorreu até a carga de 80kN (59kN.m no centro da viga), ocorrendo, posteriormente, apenas a abertura das fissuras.

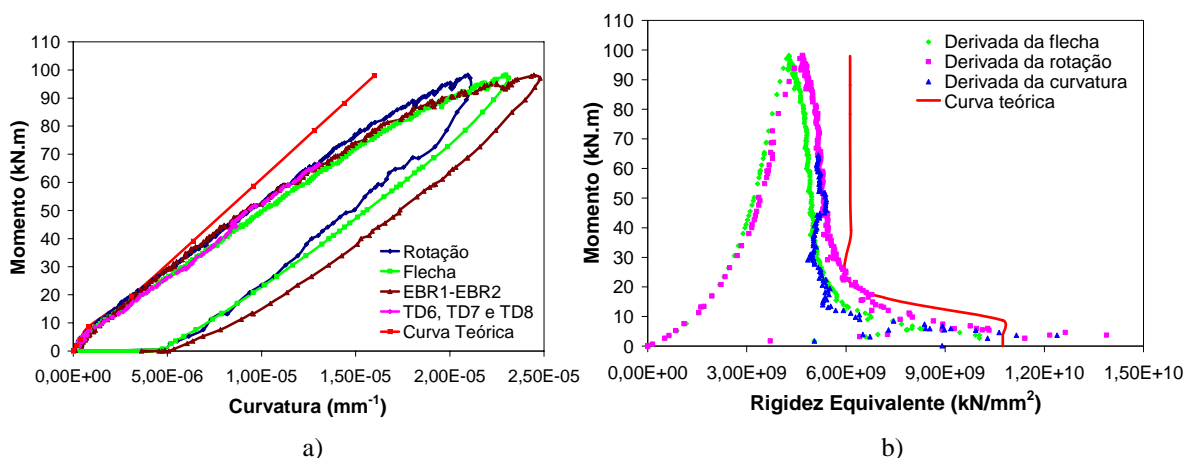


Figura 9. Limite entre os domínios 3 e 4: a) Momento x curvatura; b) Momento x rigidez .

7. CONCLUSÕES

Com a investigação experimental realizada, foi possível a análise de procedimentos experimentais para medida de rotação e de curvatura em elementos fletidos de concreto armado, visando a aplicação de diferentes aparelhos de medição. No caso desta pesquisa, as rotações consideradas referem-se ao giro livre nos apoios de uma viga de concreto armado submetida à flexão simples. Neste contexto, em todos os modelos ensaiados, observou-se que as rotações medidas diretamente, a partir dos clinômetros, estiveram muito próximas daquelas obtidas indiretamente, por meio das leituras dos transdutores posicionados na extremidade da viga. O experimento demonstrou que desde que os clinômetros e os transdutores possuam o mesmo centro de rotação e o mesmo referencial, com relação ao giro, devem apresentar valores muito próximos para as rotações. Com relação à análise de procedimentos para a obtenção da curvatura na região central da viga, os ensaios realizados mostraram que, a partir de leituras externas de deslocamentos verticais no trecho central da viga, é possível obter uma curvatura média para o trecho considerado.

De fato, para o ensaio específico de uma viga apoiada, submetida à flexão simples (com carregamento em dois pontos distantes de $0,25 L$, sendo L o comprimento entre os apoios), observou-se que a curvatura média na região central da viga coincidiu com as curvaturas deduzidas a partir das expressões para a flecha e para a rotação livre nos apoios, obtidas considerando a Resistência dos Materiais. Assim, aplicando-se Branson nessas expressões teóricas, foi possível uma boa previsão para as curvaturas dos três modelos ensaiados.

Com base nesta constatação, a curvatura média de uma viga de concreto armado, submetida às mesmas condições de carregamento, poderia ser deduzida a partir apenas das leituras experimentais da flecha no meio do vão e de rotações medidas por meio de clinômetros nas extremidades da viga, junto aos eixos dos apoios rotulados. Os extensômetros elétricos de base removível são mais indicados para a instrumentação da região comprimida da face lateral da viga, em virtude das leituras desses equipamentos serem mais afetadas para a viga em configurações de maior fissuração. Para o caso da viga calculada no limite entre os domínios 3 e 4 (modelo menos deformável), foi possível a obtenção da curvatura a partir das leituras dos extensômetros de base removível.

Portanto, neste trabalho, foi possível validar as metodologias de ensaio empregadas, obtendo-se resultados consistentes em relação aos valores teóricos. Com isso, tais metodologias e os resultados experimentais obtidos beneficiarão estudos futuros sobre a deformabilidade de elementos de concreto armado.

AGRADECIMENTOS

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pelo financiamento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

[1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. 2003, Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro.