

A TERMOGRAFIA NO APOIO À MODELAÇÃO DO BETÃO NA FASE DE HIDRATAÇÃO DO CIMENTO

Azenha, M.¹; Faria, R.²; Figueiras, H.²

¹ Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho (ISISE)

² Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (LABEST)



RESUMO

No presente trabalho é apresentado um modelo numérico destinado à análise térmica de estruturas de betão desde as primeiras idades. O correspondente código permite prever a evolução dos campos de temperaturas em estruturas de betão, tendo em conta o carácter exotérmico e termicamente activado das reacções químicas de hidratação do cimento, bem como as trocas de calor entre o betão e o ambiente circundante (radiação e convecção). A eficácia dos modelos adoptados, bem como a implementação numérica efectuada e a caracterização experimental da geração de calor por parte do cimento, é comprovada através de um caso de estudo. O referido caso de estudo consistiu num cubo de betão com 40cm de aresta e condições fronteira bem definidas, cuja evolução de temperaturas durante a fase de hidratação do cimento foi monitorizada com recurso a sensores de temperatura embebidos no betão, bem como com recurso a uma câmara termográfica. Esta última técnica proporciona uma imagem detalhada do campo de temperaturas nas superfícies do cubo, revelando-se uma ferramenta de monitorização extremamente promissora.

1- INTRODUÇÃO

Devido ao carácter exotérmico e termicamente activado das reacções de hidratação do cimento, bem como à baixa condutividade térmica do betão, é vulgar observar nas estruturas construídas com este material uma significativa elevação de temperatura nos primeiros dias (ou horas) após a betonagem. Quando a taxa de geração de calor associada à hidratação do cimento presente no betão é ultrapassada pela taxa de perda de energia em direcção ao meio circundante inicia-se um processo de abaixamento da temperatura interna na estrutura, até que se atinge o equilíbrio térmico entre o betão e o ambiente.

Durante todo este período a distribuição da temperatura interna no betão é não uniforme, na medida em que as zonas interiores estão vulgarmente mais quentes do que as superficiais. Assim sendo, e tendo em conta a dilatação ou contracção térmica do betão associada às variações de temperatura, será de esperar a ocorrência de tensões internas no material, quer devido aos diferenciais de temperatura, quer em resultado de eventuais restrições externas à livre deformação dos elementos estruturais. As tensões internas geradas durante o processo de hidratação do cimento (em especial as tensões de tracção), podem atingir valores bastante relevantes, limitando a capacidade do betão para

A termografia no apoio à modelação do betão na fase de hidratação do cimento.

absorver as tensões inerentes à função da estrutura que estiver a ser projectada, ou criando estados de fissuração inicial com efeitos nefastos a nível estético e de durabilidade (Springenschmid e Breitenbucher 1998).

A capacidade de previsão destas tensões associadas à libertação do calor de hidratação do cimento revela-se então importante para garantia do bom funcionamento das estruturas, sobretudo nas mais propensas para atingirem estados de tensão relevantes nas primeiras idades (como por exemplo as barragens de betão, ou estruturas com elementos espessos e/ou construídas com betões contendo grande quantidade de cimento) (Faria *et al.* 2006; Azenha e Faria 2008).

Como ponto de partida para uma adequada previsão destes campos de tensões tem, então, de se considerar a simulação numérica dos campos térmicos induzidos pelo calor de hidratação do cimento, na medida em que as variações térmicas representam uma das principais acções durante as primeiras idades do betão (paralelamente aos fenómenos de retracção autógena).

O presente artigo está precisamente vocacionado para a modelação numérica do problema térmico associado às primeiras idades do betão, com investimento quer ao nível da escolha dos modelos a adoptar e implementar, quer ao nível da caracterização do material para suporte à simulação numérica.

Na secção 2 deste artigo apresenta-se o modelo numérico adoptado para resolução, a nível estrutural, do problema térmico decorrente da libertação do calor de hidratação do cimento nas primeiras idades do betão, referindo-se a respectiva implementação com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). Um exemplo de aplicação envolvendo a simulação do comportamento térmico de um cubo de betão com 40cm de aresta é apresentado na secção 3, onde se faz igualmente uma caracterização de duas técnicas utilizadas para a monitorização de temperaturas: (i) recorrendo a termopares embebidos para determinação das temperaturas internas, e

(ii) utilizando uma câmara termográfica para registo de mapas de temperaturas nas superfícies expostas do cubo de betão. Os parâmetros de modelação e os resultados da simulação numérica deste exemplo são apresentados na secção 4, onde é também efectuada uma discussão crítica da coerência entre as previsões do modelo térmico e as temperaturas monitorizadas. Na secção 5 são apresentadas as principais conclusões do trabalho realizado.

2- MODELO TÉRMICO

2.1 - Equação de campo

Localmente o campo de temperaturas em meios sólidos isotrópicos pode ser descrito pela Lei de Fourier para condução de calor:

$$\nabla (k \nabla T) + \dot{Q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

em que k é a condutibilidade térmica do material, ρc é o calor específico volumétrico, T é a temperatura e \dot{Q} é a derivada em ordem ao tempo t do calor libertado internamente por unidade de volume (no contexto deste artigo \dot{Q} corresponde à taxa de libertação do calor de hidratação do cimento, mensurável experimentalmente por técnicas calorimétricas).

2.2 - Condições fronteira

No que diz respeito às condições fronteira do problema térmico, adoptou-se a seguinte formulação para o fluxo de calor q_h que atravessa uma dada fronteira Γ_q na direcção normal a esta

$$q_h = h_{cr} (T_{sup} - T_{amb}) \quad (2)$$

sendo T_{sup} a temperatura na superfície da fronteira, T_{amb} a temperatura do ambiente e h_{cr} um coeficiente de convecção/radiação. Nestas fronteiras os fluxos q_h têm ainda de obedecer à seguinte equação de equilíbrio térmico

$$-\left[k \frac{\partial T}{\partial x} l + k \frac{\partial T}{\partial y} m + k \frac{\partial T}{\partial z} n \right] = h_{cr} (T - T_{amb}) = q_h \quad (3)$$

em que x , y e z são as coordenadas espaciais, l , m e n são os cosenos directores do versor normal a Γ_q .

2.3 - Geração interna de calor

A taxa de libertação de calor de hidratação do cimento \dot{Q} envolvida na Eq. (1) é de importância fundamental no problema térmico associado às primeiras idades do betão, sendo usualmente simulada com recurso a uma Lei do tipo Arrhenius

$$\dot{Q} = f(\alpha_T) A_T e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (4)$$

em que α_T é o grau de desenvolvimento da geração de calor (varia de 0 a 1 durante o processo de libertação de calor), $f(\alpha_T)$ é a função de geração de calor normalizada, A_T é uma constante proporcional à máxima quantidade de calor gerado por unidade de tempo, R é a constante universal dos gases perfeitos ($8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$) e E_a é a energia de activação aparente. O valor de α_T em cada instante corresponde à relação entre o calor total gerado até esse instante e o calor total que a mistura terá capacidade para gerar após o término das reacções exotérmicas (Q_{pot}).

2.4 - Implementação com base no MEF

Tendo em conta os procedimentos comuns do MEF, recorre-se a uma interpolação da forma

$$T = N T^e \quad (5)$$

sendo N a matriz de interpolação e T^e o vector das temperaturas nodais de um elemento finito 'e' de volume Ω . Aplicando o método de Galerkin às equações de campo (1) e de fronteira (3), obtém-se

$$\int_{\Omega} N^T \left[\nabla (k \nabla T) + \mathcal{Q} - \rho c \mathcal{T} \right] d\Omega + \int_{\Gamma_q} N^T \left[q_h - h_{cr} (T - T_{amb}) \right] d\Gamma_q = 0 \quad (6)$$

A forma fraca desta equação obtém-se através da integração por partes das três primeiras parcelas, o que após alguma

manipulação matemática conduz à seguinte expressão:

$$\int_{\Omega} \left[k \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right] d\Omega + \int_{\Gamma_q} N^T h_{cr} (T - T_{amb}) d\Gamma_q = 0 \quad (7)$$

Ao introduzir na Eq. (7) a interpolação expressa na Eq. (5) resulta um formato matricial adequado à implementação pelo MEF:

$$C^e \mathcal{T} + G^e T = F_T^e + F_Q^e \quad (8)$$

onde as matrizes e vectores referentes ao elemento 'e' são calculados como segue:

$$C^e = \int_{\Omega^e} N^T \rho c N d\Omega \quad (9)$$

$$G^e = \int_{\Omega^e} \nabla N^T k \nabla N d\Omega + \int_{\Gamma_q^e} N^T h_{cr} N d\Gamma_q \quad (10)$$

$$F_T^e = \int_{\Gamma_q^e} N^T h_{cr} T_{amb} d\Gamma_q \quad (11)$$

$$F_Q^e = \int_{\Omega^e} N^T \mathcal{Q} d\Omega \quad (12)$$

2.5 - Integração no domínio do tempo

Procedendo a uma integração no domínio do tempo com recurso à aproximação de Euler (incondicionalmente estável) é-se conduzido a

$$\dot{T}_{n+1} = (T_{n+1} - T_n) / \Delta t \quad (13)$$

em que $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ e os índices 'n+1' e 'n' se referem a dois instantes consecutivos t_{n+1} e t_n . Com este esquema de integração a Eq. (8) pode ser transformada em

$$\frac{1}{\Delta t} C_{n+1}^e (T_{n+1}^e - T_n^e) + G_{n+1}^e T_{n+1}^e = F_{T,n+1}^e + F_{Q,n+1}^e \quad (14)$$

sendo então possível constituir, com recurso às técnicas de agrupamento usuais no MEF, as matrizes e vectores 'estruturais' C_{n+1} , G_{n+1} , $F_{T,n+1}$ e $F_{Q,n+1}$, necessários para a análise térmica global expressa na equação:

A termografia no apoio à modelação do betão na fase de hidratação do cimento.

$$\left(\frac{C_{n+1}}{\Delta t} + G_{n+1} \right) T_{n+1} = F_{T,n+1} + F_{Q,n+1} + \frac{C_{n+1}}{\Delta t} T_n \quad (15)$$

Uma vez que é necessário calcular o vector $F_{Q,n+1}$ no instante 'n+1', que de acordo com a Eq. (12) depende de T_{n+1} através de \dot{Q}_{n+1} , a Eq. (15) envolve uma dependência não-linear. Para lidar com esta não-linearidade recorreu-se a um algoritmo iterativo baseado no método de Newton-Raphson.

3- CASO DE ESTUDO

3.1 - Dados gerais

Para aplicação do modelo térmico descrito, bem como para ilustração de duas técnicas de monitorização de temperaturas, foi betonado um cubo de 40cm de aresta. O betão deste cubo foi preparado com uma significativa quantidade de cimento, a fim de se gerar calor suficiente para causar elevações de temperatura mensuráveis, e simultaneamente se criarem internamente gradientes de temperatura relevantes. A composição do betão utilizado encontra-se descrita na Tabela 1.

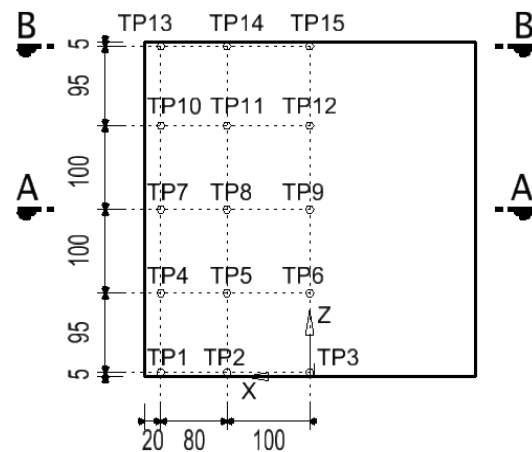
Tabela 1 – Composição do betão utilizado.

Constituinte	(kg/m ³)
Cimento tipo I 52.5R	430.0
Filler calcário	301.5
Areia 1 (fina)	339.7
Areia 2 (grossa)	335.0
Agregado grosso	729.7
Água	193.4
Superplastificante	6.8

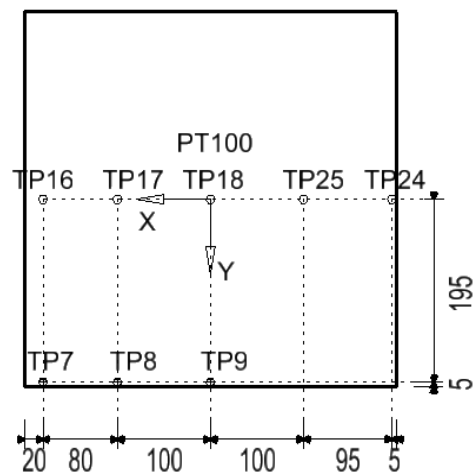
O cubo foi inicialmente cofrado em cinco faces (a inferior e as quatro faces verticais), recorrendo para o efeito a placas de madeira com 1.85cm de espessura; a face superior foi deixada em contacto directo com o ar desde o início da betonagem. Cerca de 8.6 horas após a betonagem foram removidas as quatro cofragens verticais, sendo o betão colocado em contacto directo com o ar ambiente a partir de então. Todo o ensaio decorreu numa câmara climática com temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e humidade relativa $HR = 50\%$ constantes.

3.2 - Monitorização das temperaturas internas

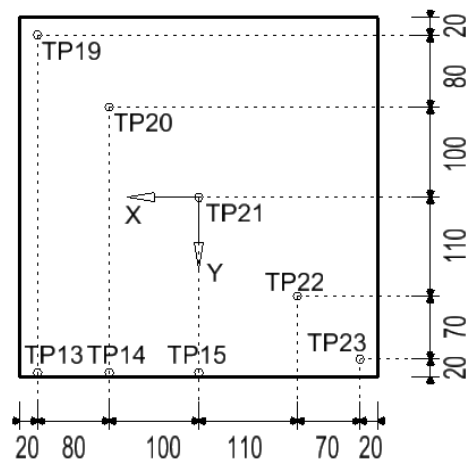
A monitorização das temperaturas internas foi efectuada com recurso a termopares (TP) localizados nas posições indicadas na Fig. 1, onde se pode ver uma vista de frente (Fig. 1a – plano vertical) e os cortes por planos horizontais A-A e B-B (Figs 1b e 1c). A leitura e aquisição dos dados dos termopares foi realizada de forma automática e contínua com uma frequência de 5 minutos. Devido a um problema no sistema de aquisição, houve perda de dados entre os instantes 1h15m e 3h40m após a betonagem, pelo que os resultados correspondentes não serão representados.



a) Vista de frente – plano vertical



b) Corte A-A



c) Corte B-B

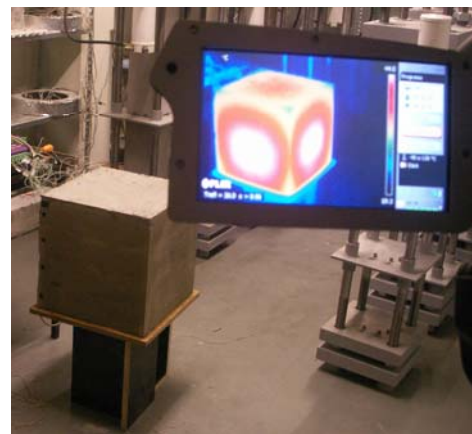
Fig. 1 – Localização dos sensores internos de temperatura [mm].

3.3 - Monitorização de temperaturas superficiais com câmara termográfica

A medição das temperaturas nas superfícies do cubo foi efectuada através de uma câmara termográfica, que permitiu a medição em tempo real da temperatura superficial do cubo. A base da termografia de infra-vermelhos reside no facto de todos os corpos com temperatura superior ao zero absoluto emitirem radiação infra-vermelha. Quando capturada por uma câmara termográfica, esta radiação é transformada num sinal eléctrico que permite a construção de uma imagem que representa a distribuição espacial de temperaturas do objecto em estudo (NECSAN-EI-INSTRUMENTS 1991; Barreira e de Freitas 2007). A utilização desta técnica possibilita a medição simultânea da temperatura em vários pontos da superfície. Neste caso foi utilizada uma câmara com resolução de 640x480 pixels, com tempo de resposta rápido (imagem recolhida e visualizada em tempo real) e com versatilidade no que diz respeito às possibilidades de pós-processamento das imagens obtidas. A câmara foi colocada a cerca de 2.5m do cubo, numa orientação que possibilitou a visualização simultânea de três faces daquele, conforme explicitado na Fig. 2 (a e b). Foram tomadas fotografias termográficas em intervalos regulares (inferiores a 10 minutos) desde a betonagem do cubo.



a)



b)

Fig. 2 – a) Cofragem do cubo e câmara termográfica (previamente à betonagem); b) Imagem do visor da câmara termográfica e sua relação espacial com o cubo de betão.

A título exemplificativo dos resultados obtidos com a campanha de monitorização, representa-se na Fig. 3 a temperatura medida pelo sensor TP21 (à profundidade de 5mm, no centro geométrico do cubo em plano horizontal – ver Fig. 1c) e pela câmara termográfica no correspondente ponto superficial. Constata-se a boa coerência destas medições, principalmente se for tido em conta que já era expectável alguma diferença de temperatura entre a localização do sensor TP21 (a 5mm de profundidade, logo mais quente) e a correspondente zona superficial (captada pela câmara termográfica).

A termografia no apoio à modelação do betão na fase de hidratação do cimento.

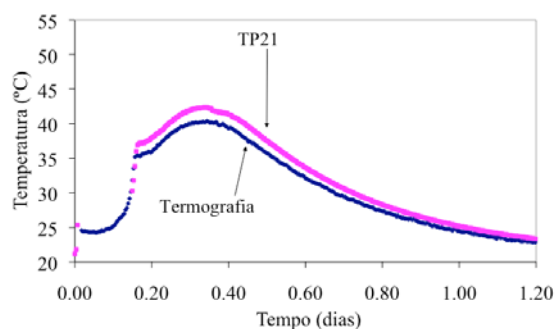


Fig. 3 – Temperatura registada no termopar TP21 e obtida por termografia na posição correspondente da face mais próxima.

4- MODELAÇÃO NUMÉRICA VERSUS RESULTADOS DA MONITORIZAÇÃO

4.1 - Descrição da modelação

Geometricamente o cubo em betão tem três planos de simetria, mas atendendo às condições fronteira nas superfícies superior e inferior apenas se podem considerar dois planos de simetria verticais. O cubo foi discretizado com recurso a elementos finitos (EF) 3D de 8 nós, com $2 \times 2 \times 2$ pontos de Gauss. Relativamente às fronteiras estas foram discretizadas com recurso a EF 2D de 4 nós, com 2×2 pontos de integração. A malha de EF adoptada e os planos de simetria considerados podem ser visualizados na Fig. 4.

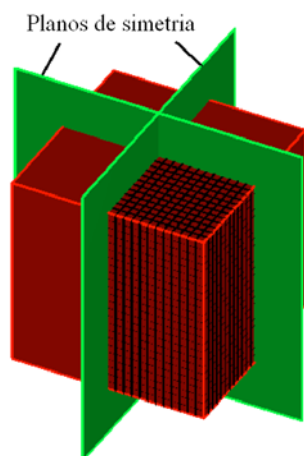


Fig. 4 – Malha de EF e planos de simetria.

O betão foi modelado de acordo com as seguintes propriedades térmicas: $\rho c = 2400 \text{ kJ m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ e $k = 2.6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. A caracterização do calor de hidratação do cimento utilizado na composição do betão

foi efectuada com recurso à técnica experimental da calorimetria isotérmica (Silva 2007), tendo-se obtido os parâmetros para a Eq. (4) que se indicam na Fig. 5.

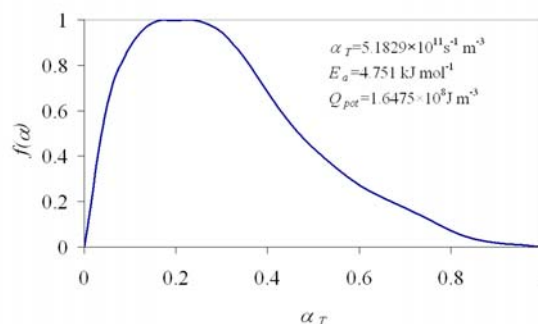


Fig. 5 – Parâmetros utilizados na simulação numérica da libertação de calor do betão.

Relativamente às condições fronteira distinguem-se duas situações: (i) uma correspondente à fase de existência de cofragens nas faces verticais do cubo de betão, e (ii) outra após remoção das referidas cofragens verticais, em que se passou a estabelecer contacto directo do betão com o ar ambiente. Para o efeito foram estimados coeficientes h_{cr} para aplicação na Eq. (2), tomando em consideração a experiência dos autores deste trabalho (Faria *et al.* 2006; Azenha 2009), resultando nos seguintes valores: para a situação (i) $h_{cr} = 5.2 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (superfície cofrada); para a situação (ii) $h_{cr} = 10.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (betão em contacto directo com o ambiente circundante).

A análise numérica foi conduzida até à idade de 24 horas após o início da betonagem, tendo-se empregue uma discretização com um intervalo de tempo de 10 minutos.

4.2 - Resultados numéricos e experimentais

Nesta secção a apresentação das temperaturas previstas através da simulação numérica será efectuada em directa comparação com os resultados da monitorização.

Começando pelas temperaturas em correspondência com os termopares internos, nas Figs 6, 7, 8 e 9 apresentam-se os gráficos das evoluções de temperatura respeitantes aos sensores TP3 (junto à

aresta inferior do cubo), TP9 (junto à superfície vertical/frontal do cubo, no respectivo centro geométrico), TP18 (no centro geométrico do cubo) e TP21 (junto à superfície superior do cubo, no respectivo centro geométrico). Consta-se que para os sensores TP3 e TP9 (ambos localizados junto à cofragem vertical) houve uma excelente capacidade de simulação numérica das evoluções das temperaturas medidas, quer antes quer após a remoção da cofragem; o instante da remoção da cofragem (0.36 dias) assinala uma alteração do comportamento térmico.

O sensor TP18, localizado no centro da peça, é o menos afectado pelas variações das condições fronteira (ver Fig. 8), pelo que não é observada qualquer alteração de comportamento no instante da remoção das cofragens verticais. Consta-se igualmente a boa capacidade do modelo numérico relativamente à previsão das temperaturas medidas neste sensor.

No tocante ao sensor TP21, localizado junto à superfície superior do cubo, a coerência entre as previsões numéricas e a medição experimental é de qualidade inferior, principalmente até idades de cerca de 0.4 dias – ver Fig. 9. Esta constatação está muito provavelmente relacionada com o facto de se tratar da única superfície horizontal em contacto directo com o meio circundante desde a betonagem, o que favorece a ocorrência de fenómenos de convecção natural de natureza não-linear, que aumentam as taxas de transferência de calor (Incropera e DeWitt 2001). Nas superfícies verticais este problema não foi relevante, quer pelo facto de se encontrarem cofradas na fase inicial (diminuindo, portanto, as perdas de calor), quer pelo facto dos fenómenos de convecção natural serem muito menos importantes nas superfícies verticais do que nas horizontais. Em termos de modelação de campos de temperatura em peças de betão não é considerada prática a inclusão dos fenómenos de convecção natural, uma vez que seria necessária a modelação explícita dos fluxos de ar na zona circundante ao cubo (aumentando consideravelmente a complexidade dos

modelos e o tempo necessário para o cálculo).

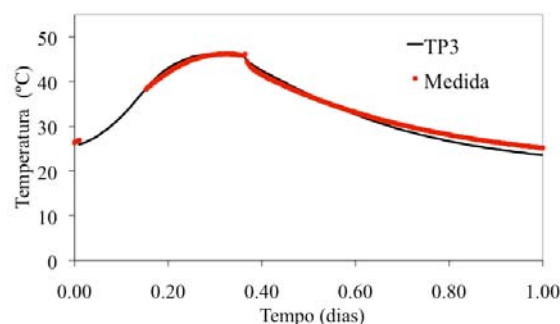


Fig. 6 – Temperaturas previstas e observadas no sensor TP3.

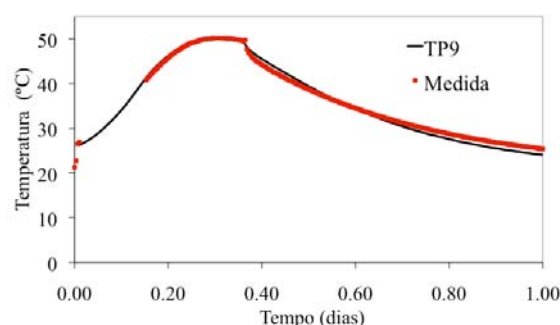


Fig. 7 – Temperaturas previstas e observadas no sensor TP9.

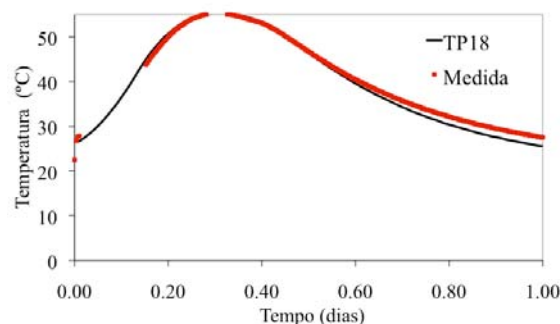


Fig. 8 – Temperaturas previstas e observadas no sensor TP18.

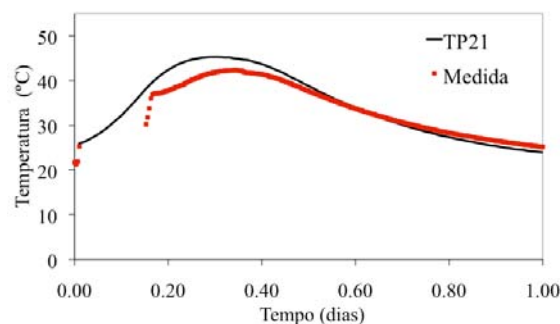
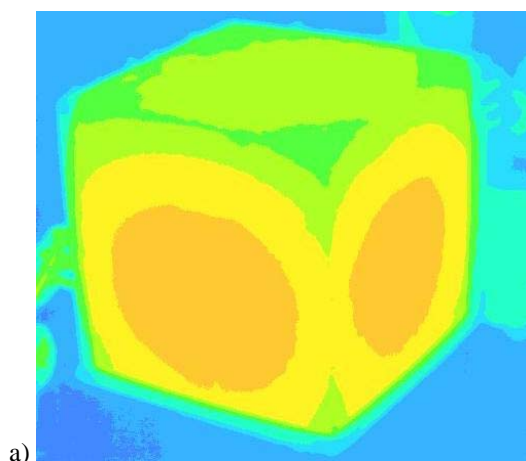


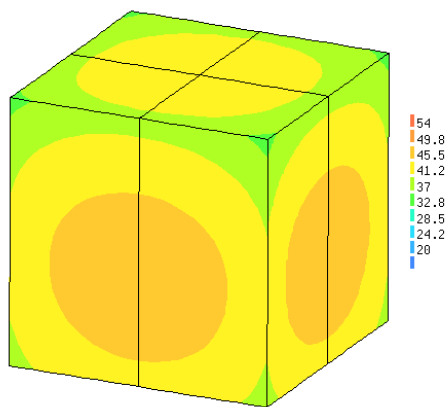
Fig. 9 – Temperaturas previstas e observadas no sensor TP21.

A termografia no apoio à modelação do betão na fase de hidratação do cimento.

As imagens captadas com recurso à câmara termográfica podem ser directamente comparadas, em cada instante, com os correspondentes mapas de temperaturas gerados pela simulação numérica (utilizando a mesma escala de cores para ambos os casos). São disso exemplo as Figs 10 e 11, que representam as temperaturas nos instantes $t=0.37$ dias e $t=0.51$ dias, respectivamente. No que diz respeito às superfícies verticais do cubo pode constatar-se, em ambos os instantes, uma semelhança clara entre as imagens termográficas e as distribuições de temperaturas obtidas com base no modelo térmico. No entanto, para a face superior existe alguma discrepância em ambos os instantes, tal como já discutido aquando da comparação dos resultados no sensor TP21. Apesar desta discrepância pode também considerar-se que a validação da simulação numérica com recurso a imagens termográficas foi um sucesso.

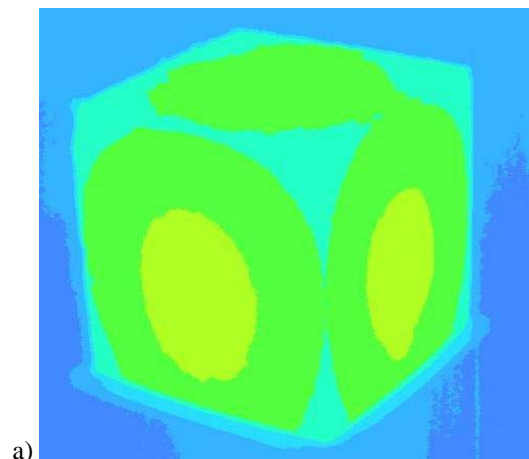


a)

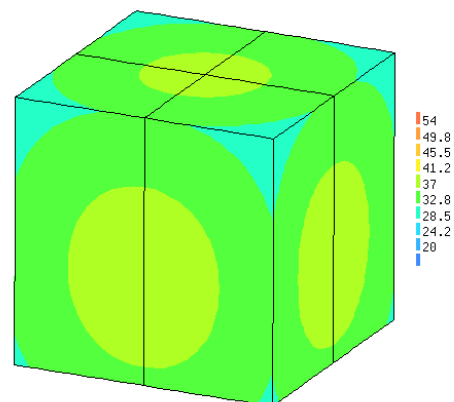


b)

Fig. 10 – Temperaturas no instante $t=0.37$ dias: a) termografia; b) modelo numérico.



a)



b)

Fig. 11 – Temperaturas no instante $t=0.51$ dias: a) termografia; b) modelo numérico.

Os resultados obtidos com recurso à monitorização interna e à termografia são, assim, de suprema importância, permitindo validar o modelo numérico desenvolvido, e atestando que este se encontra adequadamente implementado. Assinala-se a considerável dificuldade inerente à previsão numérica das temperaturas no betão desde as primeiras idades, que requer uma adequada previsão da taxa de libertação do calor de hidratação do cimento, bem como da evolução das propriedades do betão e correcta definição de todas as condições fronteira.

5- CONCLUSÕES

No presente trabalho foi apresentada uma metodologia baseada no MEF para simulação numérica dos campos de temperatura que se desenvolvem em peças em betão durante as primeiras idades, período durante o qual ocorre uma significativa libertação interna de energia

associada ao carácter exotérmico das reacções químicas de hidratação do cimento.

O código MEF implementado foi validado com recurso a um caso de estudo que consistiu na monitorização de temperaturas de um cubo de betão, quer através de sensores de temperatura embebidos no betão quer através do recurso a imagens de termografia. A utilização de termografia para validação de simulação de campos de temperatura nas primeiras idades do betão representa uma novidade relativamente à bibliografia disponível, mas apresenta um potencial bastante grande na medida em que permite verificação simultânea e expedita da plausibilidade de muitos valores de temperatura superficial. A sua utilização neste caso de estudo revelou-se bastante interessante e coerente com os resultados colhidos através da monitorização interior com termopares.

Relativamente à qualidade das previsões do modelo numérico, observou-se uma excelente coerência nas superfícies verticais do cubo e uma coerência satisfatória na face superior. Foi no entanto identificada a causa provável dos desvios do modelo numérico na faces superior: o fenómeno da convecção natural. Considera-se então que no contexto da precisão exigível às aplicações do âmbito da Engenharia Civil, a capacidade de previsão dos modelos verificada no contexto deste artigo é claramente suficiente.

Finalmente, reafirma-se o potencial da aplicação apresentada neste trabalho como ferramenta útil para todos aqueles que pretendam iniciar-se na modelação numérica das temperaturas desenvolvidas no betão durante as primeiras idades, na medida em que se trata de um exemplo de modelação relativamente simples para o qual são fornecidos todos os parâmetros de modelação necessários à replicação dos resultados e é dada informação sobre os resultados experimentais correspondentes (termopares e termografia).

6- AGRADECIMENTOS

Agradece-se o apoio da Fundação para a Ciência e Tecnologia através da bolsa de doutoramento BD/25123/2005 concedida ao terceiro autor e através do financiamento do projecto de investigação PTDC/ECM/70693/2006. Os autores agradecem ainda a colaboração da empresa MRA através da cedência da câmara termográfica para realização dos ensaios.

7- REFERÊNCIAS

- Azenha, M. 2009. Numerical simulation of the structural behaviour of concrete since its early ages., PhD Thesis. Faculty of Engineering of the University of Porto.
- Azenha, M. e R. Faria 2008. Temperatures and stresses due to cement hydration on the R/C foundation of a wind tower-A case study. *Engineering Structures* 30(9): 2392-2400.
- Barreira, E. e V. P. de Freitas 2007. Evaluation of building materials using infrared thermography. *Construction and Building Materials* 21(1): 218-224.
- Faria, R., M. Azenha e J. A. Figueiras 2006. Modelling of concrete at early ages: Application to an externally restrained slab. *Cement and Concrete Composites* 28(6): 572-585.
- Incropera, F. P. e D. P. DeWitt 2001. Introduction to heat transfer. New York, John Wiley & Sons, Inc.
- NEC-SAN-EI-INSTRUMENTS 1991. TH1 101 thermo tracer - operation manual. Japan.
- Silva, L. 2007. Caracterização das propriedades termo-mecânicas do betão nas primeiras idades para aplicação estrutural, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Dissertação de Mestrado.
- Springenschmid, R. e R. Breitenbucher 1998. Influence of constituents, mix proportioning and temperature on cracking sensitivity of concrete. Prevention of thermal cracking in concrete at early ages. Report 15. R. Springenschmid, E & FN SPON.