

## MODELAÇÃO DE UMA LIGAÇÃO TRADICIONAL DE RESPIGA E MECHA SOLICITADA À COMPRESSÃO

Feio, A.<sup>1</sup>; Machado, J. S.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculdade de Arquitectura e Artes, Universidade Lusíada de V. N. Famalicão

<sup>2</sup> Núcleo de Estruturas de Madeira, Laboratório Nacional de Engenharia Civil



### RESUMO

*A segurança e desempenho das estruturas de madeira dependem, maioritariamente, das condições das suas ligações. Uma campanha experimental foi levada a cabo com o objectivo de investigar o comportamento de uma ligação tradicional macho-fêmea ou respiga-mecha, comparando o comportamento de ligações à escala real com o seu comportamento numérico. Para o efeito foi usado um critério de ruptura baseado numa superfície plástica múltipla. Assim, o presente artigo apresenta uma simulação do comportamento estrutural global das ligações através da caracterização da resistência última, deformação global, bem como através da análise do processo de ruptura. Foi usada madeira de Castanho nova (MCN) e antiga (MCA), obtida de elementos estruturais de edifícios antigos. Assim, os resultados numéricos permitiram analisar a sensibilidade do modelo aos parâmetros do modelo, sendo essencial o comportamento da interface para a resposta (junta semi-rígida). O outro parâmetro que condiciona a resposta é a resistência à compressão perpendicular ao fio.*

### 1- INTRODUÇÃO

A madeira é o material de construção mais antigo que ainda tem uma utilização generalizada na indústria de construção civil de hoje. Em Portugal, a sua utilização, enquanto material estrutural, em coberturas e pavimentos, particularmente nas construções monumentais, é comum. Em particular, o Castanho (*Castanea sativa* Mill.) que dadas as suas propriedades mecânicas, físicas e estéticas, bem como a sua durabilidade natural, foi no passado habitualmente associado a construções nobres. Hoje em dia, sobretudo devido à sua escassez mediterrânica, continua a ser associado à nobreza das suas aplicações, nomeadamente em obras de reabilitação.

O processo integrado de reabilitação de uma construção existente implica uma abordagem cuidadosa e um conhecimento específico sobre os materiais que a constituem, tanto do ponto de vista mecânico como físico. Este conhecimento constitui o suporte para a avaliação do comportamento estrutural no curto prazo, ao mesmo tempo que permite prever a adaptação contínua e a capacidade de resposta do material a factores adversos no longo prazo.

No passado, a concepção de estruturas de madeira foi dominada pelos mestres carpinteiros que, através do conhecimento empírico do material, desenvolveram soluções, tendo como base trabalhos anteriores ou obras de outros,

notáveis do ponto de vista estrutural. Apesar de empírico, este conhecimento evidenciava uma perfeita consciência do comportamento da madeira em tracção e compressão paralela e perpendicular ao fio.

Hoje em dia, o correcto dimensionamento de uma estrutura de madeira está directamente relacionado com o dimensionamento das suas ligações. O comportamento destas é determinante para um bom desempenho estrutural: unem a estrutura e permitem a distribuição de esforços entre os elementos. A distribuição de esforços foi também ao longo dos tempos realizada de forma empírica, tendo sido este conhecimento transmitido e aperfeiçoado ao longo das gerações. As primeiras regras e normas de projecto de estruturas de madeira foram definidas com base nestas evidências.

O presente trabalho, baseado numa ligação respiga-mecha, foi definido com base naquela que é uma das mais tradicionais ligações madeira-madeira usadas em estruturas de madeira em Portugal. Esta ligação, também conhecida por macho-fêmea, é uma das formas mais comuns de unir dois ou mais elementos lineares de madeira, formando uma configuração do tipo “L” ou “T”. Por ser uma ligação que funciona sobretudo em compressão perpendicular ao fio, a principal causa de colapso é normalmente a ruptura prematura causada por elevados deslocamentos. Ao contrário da maioria das ligações madeira-madeira, o comportamento desta ligação é geralmente muito dúctil.

A capacidade de carga destas ligações é função do ângulo formado pelos elementos, do comprimento da mecha e da profundidade da respiga. De acordo com os mais recentes códigos de construção europeia, o dimensionamento das ligações é crucial no projecto sísmico de estruturas de madeira. No entanto, nestes não existem recomendações sobre as dimensões gerais, como por exemplo o comprimento da mecha e a profundidade da respiga, sendo o seu dimensionamento baseado em conhecidas regras empíricas.

Assim, o estudo sobre o comportamento estático de ligações à escala real, com o objectivo de caracterizar a sua resistência última, a sua deformação global, bem como os respectivos padrões de ruptura, é determinante. Para tal, foram realizadas ligações do tipo respiga-mecha em madeira de Castanho novo (MCN) e antiga (MCA).

## 2- PARTE EXPERIMENTAL

O presente trabalho foi realizado em três fases complementares: numa primeira fase foram ensaiados um total de 342 provetes de madeira de Castanho (Feio, 2006), os quais incluíram ensaios de compressão, paralela e perpendicular ao fio, e ensaios de tracção paralela ao fio, ver Fig. 1. Os provetes foram divididos em dois grupos: madeira de Castanho novo (MCN), que representa a madeira que nunca foi utilizada estruturalmente embora provenha de toros que poderiam ser utilizados como tal; e madeira de Castanho velho (MCA), que representa a madeira que já foi utilizada em obra em elementos estruturais (em serviço há mais de 100 anos). Esta madeira é originária, principalmente, da região Norte do país.

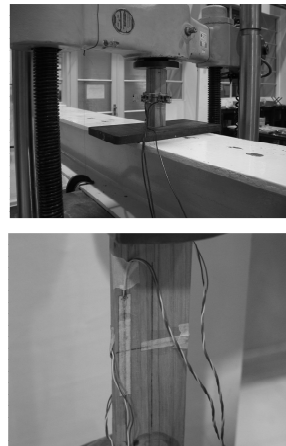


Fig. 1 – Esquema de ensaio: (a) compressão paralela ao fio, (b) tracção paralela ao fio.

Os resultados dos ensaios realizados são apresentados na Tabela 1 e Tabela 2, onde são apresentados os valores obtidos para cada um dos grupos considerados.

Tabela 1 – Resultados dos ensaios de compressão e tracção paralela ao fio (valores médios).

		MCN	MCA
	Resistência	42.9 (15)	47.6 (14)
Compressão	Mod. de Elast.	7700 (16)	8800 (8)
Tracção	Resistência	47.4 (29)	48.1 (23)
	Mod. de Elast.	11500 (19)	13700 (19)

(...) Coeficiente de variação

Tabela 2 – Comparação entre os resultados dos ensaios de compressão e tracção paralela ao fio (valores característicos).

MCN		MCA	
$E_{t,0}/E_{c,0}$	$f_{t,0}/f_{c,0}$	$E_{t,0}/E_{c,0}$	$f_{t,0}/f_{c,0}$
1.32	1.41	1.18	1.23

Numa segunda fase, foram realizados os ensaios das ligações à escala real. Foi desenvolvido um esquema de ensaio (Feio, 2006) com o objectivo de testar as ligações sob compressão, e com um procedimento de ensaio baseado na EN\_26891 (CEN, 1991), ver Fig. 2. Foram ensaiadas oito ligações (quatro por cada um dos grupos considerados) e o esquema de ensaio foi concebido de forma a evitar o efeito de “bloco de corte” no comportamento da ligação, ao longo do ensaio.

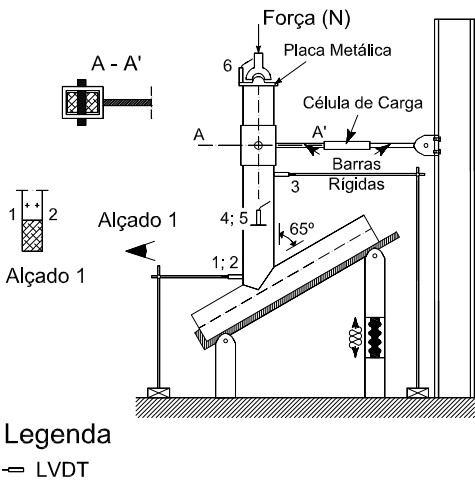


Fig. 2 – Esquema de ensaio das ligações.

Os resultados são apresentados na Tabela 3. A análise dos resultados permite observar que estes apresentam uma grande dispersão, variando a força máxima entre

98,5 kN e 161,5 kN. A ligação J\_7, e de forma a diminuir a dispersão observada, pode ser eliminada dado que o valor obtido é muito baixo, tendo-se verificado que a ruptura desta ligação foi controlada pela presença de um defeito local: a presença de uma fenda longitudinal (fenda de secagem).

Neste caso, os valores médios da força máxima, para ambos os grupos considerados, são bastante similares o que está de acordo com os valores de densidade encontrados para a amostra.

Tabela 3 – Comparação entre os resultados dos ensaios de compressão e tracção paralela ao fio (valores característicos).

	Força Máx. (kN)	Méd. (**)	Desvio Padrão	
J_1	121.6	145.4	18.9	MCN
J_2	161.5			
J_3	159.7			
J_4	138.9			
J_5	126.4	133.8 (145.5*)	27.2 (16.7*)	MCA
J_6	157.1			
J_7	98.5			
J_8	153.0			

(\*) Média excluindo provetes J\_7

(\*\*) Valores médios de densidade (um provete por elemento)

A Fig. 3 apresenta a envolvente dos diagramas de força-deslocamento vertical para os grupos considerados. Da análise destes podemos observar que: numa primeira fase, os diagramas começam sempre com uma curva no sentido ascendente, apresentando uma resposta não-linear e deformações/extensões não recuperáveis. Nesta primeira fase, é também possível identificar o momento correspondente ao ajuste da respiga à mecha.

Numa segunda fase, os diagramas apresentam um desenvolvimento aproximadamente linear até à força máxima, que ocorre para um deslocamento vertical médio de 6-7 mm em ambos os grupos.

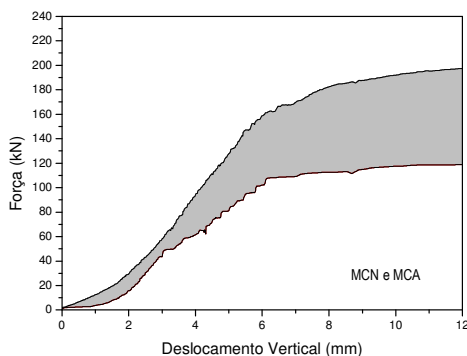


Fig. 3 – Envoltório dos diagramas força-deslocamento vertical obtidos.

No entanto, o valor do deslocamento vertical, associado à força máxima, é mais baixo para as ligações pertencentes ao grupo MCN do que as ligações pertencentes ao grupo MCA, indicando um possível estado de degradação mais avançado da madeira pertencente a este grupo. Finalmente, após a força máxima, o deslocamento vertical aumenta rapidamente com uma rigidez muito menor, devido essencialmente à ruptura por compressão/esmagamento da madeira na zona da interface.

Tendo em vista a utilização destes resultados na análise numérica, os diagramas força-deslocamento vertical foram corrigidos de forma a eliminar a parte do diagrama relacionado com o comportamento não-linear da ligação antes do contacto total entre a respiga e a mecha, fenómeno conhecido por fecho da junta ou *joint closure*.

Posto isto, uma análise numérica da ligação, recorrendo ao método dos elementos finitos e considerando o comportamento não-linear da madeira, foi levada a cabo. Para tal, foi proposto um modelo contínuo anisotrópico, baseado numa superfície plástica múltipla, que inclui uma superfície de cedência tipo Rankine para tracção e uma superfície de cedência tipo Hill para compressão (Lourenço, 1996). A palavra *tipo* é utilizada para indicar que estas superfícies estão próximas dos critérios originais, ainda que representem apenas uma aproximação dos resultados experimentais.

### 3- ANÁLISE NUMÉRICA

Em mecânica das estruturas, um problema é geralmente considerado como não-linear se a matriz de rigidez ou o vector das forças dependem dos deslocamentos. A análise não-linear é utilizada na definição do estado de equilíbrio até e para lá do primeiro ponto crítico a partir do qual a estrutura se torna instável. Existe um algoritmo comumente utilizado na resolução iterativa incremental de problemas não-lineares: o método de Newton-Raphson. O método de Newton-Raphson, com actualização em cada iteração da matriz de rigidez, foi usado nas análises realizadas neste trabalho. Dois elementos finitos diferentes foram adoptados nas análises numéricas levadas a cabo: elementos quadráticos de oito nós com integração de Gauss no plano dois por dois (2x2 pontos de integração), para representar a madeira, e elementos de junta de seis nós com integração de Lobatto, para representar a interface entre a respiga e a mecha.

#### 3.1 - Critério de ruptura adoptado

O critério de ruptura adoptado consiste numa extensão das formulações convencionais para materiais isotrópicos quasi-frágeis e que permite descrever o comportamento ortotrópico da madeira. É baseado numa superfície plástica múltipla sendo a madeira um exemplo de um material ao qual este critério se aplica pois apresenta diferentes resistências nas diferentes direcções ortotrópicas do material (radial, tangencial e longitudinal). Este tipo de formulações, que visam prever o comportamento de materiais isotrópicos quasi-frágeis, consideram diferentes critérios para o comportamento em tracção e compressão.

#### 3.2 - Propriedades adoptadas

Uma das principais características do modelo adoptado é que a resistência à tracção, numa determinada direcção, deve ser menor ou igual à resistência à

compressão na mesma direcção. No entanto, como isto não se verifica na madeira, a componente à tracção foi ignorada devido à irrelevante contribuição da resistência à tracção no comportamento global da ligação, *i.e.*, a superfície plástica múltipla ficou reduzida a uma superfície tipo Hill. As propriedades materiais adoptadas nas análises numéricas são apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros materiais adoptados.

$E_x$	$E_y$	$G_{xy}$	$\nu_{xy}$
800N/mm <sup>2</sup>	8500N/mm <sup>2</sup>	1500N/mm <sup>2</sup>	0.3
$f_{c,x}$	$f_{c,y}$	$\beta$	$\gamma$
7N/mm <sup>2</sup>	45N/mm <sup>2</sup>	-1.0	3.0

De salientar que a forma da superfície de cedência adoptada, no regime compressão-compressão, possui um elevado grau de anisotropia:  $f_{c,x}/f_{c,y} = 0,156$ .

#### 4- RESULTADOS EXPERIMENTAIS VS. NUMÉRICOS

Uma malha estruturada foi utilizada para modelar os elementos lineares de madeira, enquanto uma malha irregular de transição foi utilizada nas imediações da interface entre estes dois elementos, onde são usados elementos de junta, ver Fig. 4. A espessura varia entre 62 mm (2/3 da espessura total) e 93 mm. A dimensão de 93 mm corresponde à espessura real da respiga.

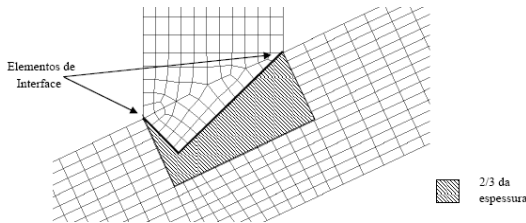


Fig. 4 – Malha adoptada: pormenor da zona de interface.

Uma análise preliminar, considerando uma rigidez infinita dos elementos de junta e assumindo uma ligação totalmente rígida, resultou num comportamento excessivamente rígido da ligação. Deste modo, optou-se pela obtenção da rigidez dos elementos de junta

através de um processo de ajuste inverso. No entanto, uma primeira conclusão pode ser aferida: a rigidez dos elementos de junta influencia a resistência das ligações.

Na Fig. 5, três análises distintas são apresentadas: uma primeira análise que considera uma rigidez infinita dos elementos de junta ( $k_{infinito} = k_n = k_s = 10^9$  N/mm<sup>3</sup>). Uma segunda análise que considera uma rigidez ajustada dos elementos de junta, obtidos através de um processo de ajuste inverso baseado nos resultados experimentais ( $k_{ajustado}$ ):  $k_n = 6000$  N/mm<sup>3</sup> e  $k_s = 2308$  N/mm<sup>3</sup>. Por fim, uma terceira análise que considera uma mola ( $k_{mola} = 10^6$  N/m), localizada no elemento solicitado axialmente, que simula a célula de reacção/carga utilizada na parte experimental, ver Fig. 2. A rigidez da mola foi também obtida através de um processo de ajuste inverso baseado nos resultados experimentais, mantendo a rigidez ajustada dos elementos de junta.

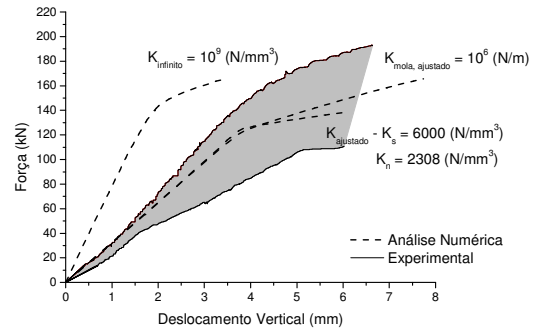


Fig. 5 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos, em termos de diagramas força-deslocamento vertical.

Os resultados das análises numéricas, em termos de diagramas força-deslocamento vertical, e utilizando uma rigidez ajustada para os elementos de junta, fornecem uma boa concordância com os resultados experimentais, tanto na zona de comportamento linear como na zona de comportamento não-linear.

A influência da célula de reacção/carga horizontal, modelada através de uma mola, é marginal. A opção de adoptar uma rigidez infinita na zona da interface (junta rígida) resulta num aumento da inclinação da primeira parte da resposta de 30 kN/mm para 80 kN/mm (+266.7%), ver Fig. 5.

Da mesma forma, a resistência da ligação, correspondente ao valor convencional determinado pela deformação específica residual de 2% na parte linear do diagrama força-deslocamento vertical, também aumenta de 130 kN para 152 kN (+17%) uma vez que a ligação se torna totalmente rígida.

A Fig. 6 apresenta a distribuição das tensões principais mínimas no final de uma das análises. É possível observar uma concentração de tensões, numa faixa bem definida e localizada na zona da interface, com picos de tensões.

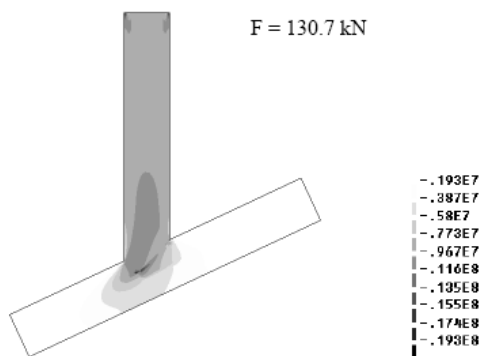


Fig. 6 – Tensões principais mínimas (N/mm<sup>2</sup>).

Desta forma, podemos concluir que a ruptura é definida pelo esmagamento da madeira onde, e em fases avançadas da análise numérica, a resistência à compressão da madeira foi alcançada. Esta conclusão é também corroborada pela parte experimental realizada.

## 5- ANÁLISE PARAMÉTRICA

Uma das vantagens da utilização de modelações numéricas é que diversas análises paramétricas podem ser facilmente realizadas e a sensibilidade da resposta, aos parâmetros materiais considerados, pode ser avaliada. Há um total de seis parâmetros chave no actual modelo e o efeito de cada parâmetro sobre a resposta global será analisado separadamente.

Pequenas variações ( $\pm 25\%$ ) foram consideradas ao nível das resistências e grandes variações (divisão/multiplicação por dois) foram consideradas no que se

refere aos valores da rigidez. Estes pressupostos tiveram como base o facto de que a resistência é normalmente mais fácil de determinar que a rigidez.

### 5.1 - Variação da rigidez normal ( $k_n$ ) e rigidez tangencial ( $k_s$ ) dos elementos de interface

A Fig. 7 apresenta os resultados da variação do parâmetro  $k_n$ : reduzindo este parâmetro em 50% a resistência da ligação, utilizando um critério de deformação específica residual de 2%, diminui de 127,2 kN para 120 kN (-6%). Multiplicando  $k_n$  por dois a resistência da ligação aumenta de 127,2 kN para 135 kN (+7%).

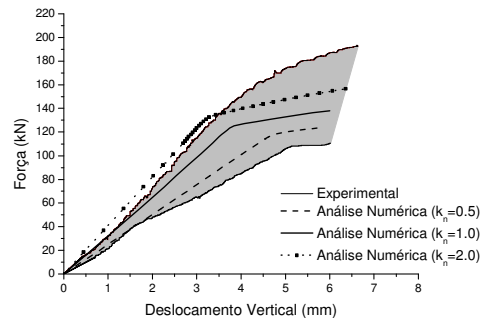


Fig. 7 – Análise paramétrica: variação de  $k_n$ .

A redução/aumento de  $k_n$  também influencia a rigidez da ligação: a rigidez da ligação diminui à medida que o valor de  $k_n$  diminui, sendo mais sensível a esta variação quando comparada com a variação da resistência. A redução de 50% do valor de  $k_n$  resulta numa diminuição da inclinação da primeira parte da curva de resposta de 32 para 26 kN/mm (-23%). Por outro lado, a multiplicação por 2, resulta num aumento de 32 para 41 kN/mm (+28%). Uma vez que este parâmetro define a relação entre a tensão normal e os deslocamentos normais, os resultados obtidos vão ao encontro do expectável.

A Fig. 8 apresenta os resultados da variação do parâmetro  $k_s$ . A resistência da ligação mostra ser insensível à variação deste parâmetro, no entanto a redução/aumento deste influencia a rigidez da ligação: a rigidez da ligação diminui à

medida que o parâmetro  $k_s$  diminui. A redução de 50% do valor de  $k_s$  resulta numa diminuição da inclinação da primeira parte da curva de resposta de 32 para 28 kN/mm (-14%). Por outro lado, a multiplicação por 2 resulta num aumento de 32 para 37 kN/mm (+16%).

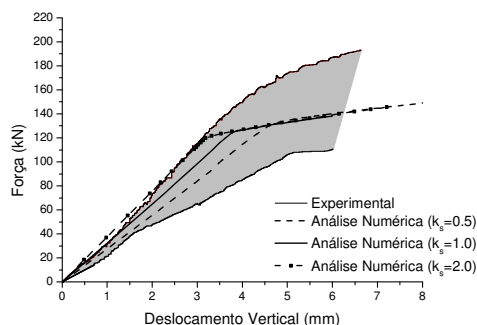
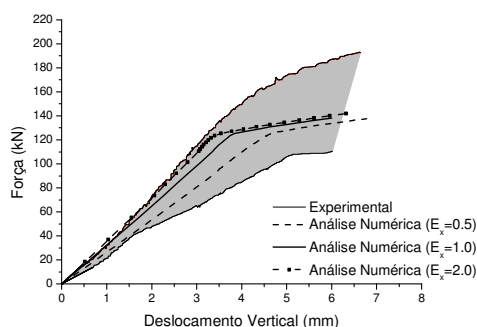


Fig. 8 – Análise paramétrica: variação de  $k_s$ .

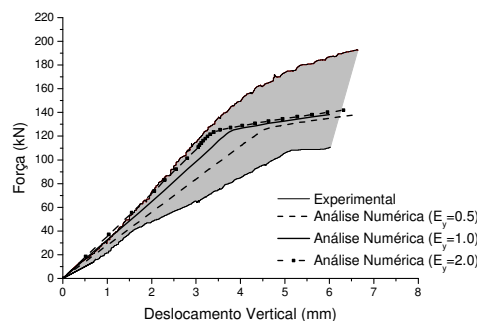
## 5.2 - Módulo de elasticidade e resistência à compressão

Os efeitos da variação do módulo de elasticidade, paralelo e perpendicular ao fio, e da resistência à compressão, paralela e perpendicular ao fio, foram também analisados individualmente.

As Fig. 9a e 9b mostram que a resistência da ligação é praticamente insensível à variação do módulo de elasticidade nas duas direcções consideradas na análise numérica ( $\pm 4\%$ ).



(a)



(b)

Fig. 9 – Análise paramétrica: variação do módulo de elasticidade paralelo ( $E_x$ ) e perpendicular ( $E_y$ ) ao fio.

Da mesma forma, a variação do módulo de elasticidade nas duas direcções consideradas não altera significativamente a rigidez da ligação: diminuindo o parâmetro  $E$ , diminui a rigidez da ligação. A redução de 50% deste parâmetro resulta numa diminuição da inclinação da primeira parte da curva de resposta de 32 para 28 kN/mm (-14%). Por outro lado, a multiplicação por 2 resulta num aumento de 32 para 36 kN/mm (+13%).

Em relação à resistência à compressão, a resistência e a rigidez da ligação mostram ser insensíveis à variação da resistência à compressão paralela ao fio ( $f_{c,x}$ ), ver Fig. 10.

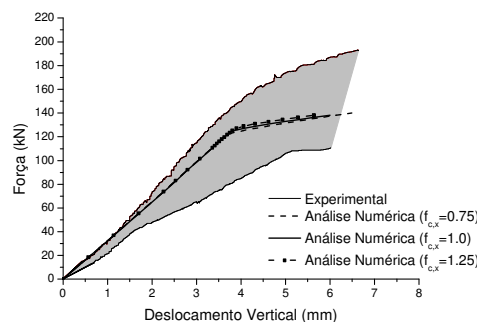


Fig. 10 – Análise paramétrica: variação da resistência à compressão paralela ao fio ( $f_{c,x}$ ).

No entanto, e como era expectável, a Fig. 11 indica uma maior sensibilidade da resistência da ligação à variação da resistência à compressão perpendicular ao fio ( $f_{c,y}$ ): com uma redução de 50%, a resistência da ligação diminui de 130 kN



para 100 kN (-30%). Multiplicando por 2 a resistência da ligação aumenta de 130 kN para 160 kN (+23%).

No entanto, a rigidez da ligação mostra ser insensível à variação deste parâmetro.

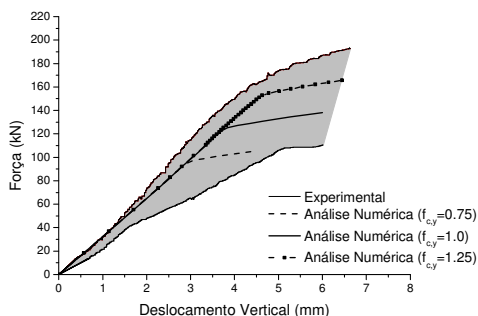


Fig. 11 – Análise paramétrica: variação da resistência à compressão perpendicular ao fio ( $f_{c,y}$ ).

## 6- CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos na primeira parte do trabalho, não foram encontradas diferenças significativas entre as características mecânicas da MCA e da MCN, embora os provetes de MCA tenham apresentado valores ligeiramente superiores (7-12%) que podem ser atribuídos à própria variabilidade natural da madeira.

Apesar do tempo de duração das acções ser importante, se o nível de tensões instaladas, durante o tempo de serviço, for baixo, não existem diferenças significativas entre a madeira que nunca foi utilizada estruturalmente e a que já foi utilizada em obra em elementos estruturais.

Comparando os valores característicos da resistência à tracção e do módulo de elasticidade com os de compressão, podemos concluir que os valores da resistência são ligeiramente superiores em tracção paralela ao fio que em compressão paralela ao fio ( $\approx 32\%$ ). Da mesma forma, os valores do módulo de elasticidade são também ligeiramente

superiores em tracção paralela ao fio que em compressão paralela ao fio ( $\approx 25\%$ ).

A segunda parte do trabalho, e para os dois grupos considerados, mostrou que não existe diferença significativa nos valores da resistência de uma ligação tradicional macho-fêmea, o que está de acordo com os valores de densidade encontrados para a amostra. Deste modo, os resultados mostram que a avaliação da segurança estrutural de elementos de Castanho em serviço, sem defeitos aparentes, pode ser realizada recorrendo às propriedades físicas e mecânicas da madeira de Castanho disponível comercialmente.

Os resultados experimentais permitiram compreender melhor o comportamento de uma ligação tradicional macho-fêmea. Foi possível verificar que os diferentes mecanismos de ruptura observados na parte experimental foram também identificados na análise numérica, o que representa a mais importante validação de qualquer modelação numérica. O mesmo se verificou em termos de diagramas de força-deslocamento vertical.

Uma análise preliminar considerando uma rigidez infinita da interface revelou uma abordagem conservativa (ligação rígida) permitindo concluir que a rigidez dos elementos de junta influencia a resistência da ligação. A utilização de uma rigidez ajustada dos elementos de junta, obtida por ajuste inverso, fornece boa concordância com os resultados experimentais. A influência do sistema de carga/reacção horizontal é marginal.

Foi demonstrado que os parâmetros que afectam a resistência da ligação são a resistência à compressão perpendicular ao fio e a rigidez normal dos elementos de junta.

A rigidez tangencial dos elementos de junta e os módulos de elasticidade, paralelo e perpendicular ao fio, tem uma influência muito limitada na resposta. A resistência à compressão paralela ao fio não tem influência na resposta.



## **7- REFERÊNCIAS**

- CEN. 1991. EN 26891 – Timber structures. Joints Made With Mechanical Fasteners General principles for the determination of strength and deformation characteristics. Office for Official Publications of the European Communities. Brussels, Belgium.
- Feio, A. 2006. Inspection and Diagnosis of Historical Timber Structures: NDT Correlations and Structural Behaviour. Tese de Doutoramento, Universidade do Minho.
- Lourenço, P. 1996. Computational strategies for masonry structures. Tese de Doutoramento, Delft University of Technology.