

II-17. Modulus of Elasticity of Masonry

Dipl.-Ing. P. Schubert
Institut für Bauforschung, RWTH Aachen

ABSTRACT

The modulus of elasticity is an important property to calculate masonry buildings and to estimate the safety against cracking. In a research work all values of modulus of elasticity from German, F.R., test reports up to the end of 1976 have been statistical evaluated. The paper mainly covers the relationship between modulus of elasticity and compressive strength of masonry mortar, bricks and blocks from clay, calcium silicate, lightweight concrete, aerated concrete and masonry of those.

Eine wichtige Eigenschaftskenngroße bei der Berechnung und Bemessung von Mauerwerkbauteilen und der Beurteilung der Rißsicherheit ist der Elastizitätsmodul. Die Genauigkeit, mit der der E-Modul angegeben werden kann, beeinflußt die Genauigkeit der Bemessung und der Rißsicherheitsbeurteilung und damit die Ausnutzung des Mauerwerks. In einer Forschungsarbeit wurden alle in der Bundesrepublik Deutschland bis Ende 1978 vorliegenden E-Modul-Werte von Mauerziegeln, Kalksand-, Leichtbeton- und Gasbetonsteinen sowie Mauerwerk aus diesen und von Mauermörteln erfaßt und statistisch ausgewertet. Untersucht und dargestellt werden der Zusammenhang zwischen E-Modul und Druckfestigkeit von Mauermörtel und Mauerwerk.

EINLEITUNG

Die Kenntnis des Verformungsverhaltens von Mauerwerk unter kurzzeitiger Lasteinwirkung ist eine der Voraussetzungen z.B. für die Beurteilung der Rißsicherheit von Mauerwerkskonstruktionen und für den Nachweis der Knicksicherheit sowie für die erfolgreiche Forschungsarbeit auf verschiedenen Bereichen, wie z. B. die Erforschung des Bruchmechanismus von Mauerwerk. Das Verformungsverhalten von Mauerwerk wird durch eine ganze Reihe von Faktoren, i.w. durch das Verformungsverhalten der Mauersteine und des Mörtels, beeinflußt. Außerdem können natürlich die Prüfbedingungen von erheblichem Einfluß sein. Es kann gekennzeichnet werden durch Angabe der Spannungs-Dehnungs-Linie (σ - ϵ -Linie) und/oder des Elastizitätsmoduls E . Für die Darstellung der σ - ϵ -Linie kommen bei Mauerwerk grundsätzlich die quadratische Parabel¹ und die Gerade infrage, wobei je nach Mauerwerksart die eine oder die andere Form der σ - ϵ -Linie besser zutrifft. Der E-Modul kann als Tangentenmodul im Ursprung der σ - ϵ -Linie (E_0), aus der elastischen Dehnung nach mehrmaligem Be- und Entlasten (E_{el}) sowie als Sekantenmodul bei einer bestimmten Spannung aus der dann aufgetretenen gesamten Dehnung ermittelt werden. Diese Bestimmungsmethode hat sich in der Bundesrepublik Deutschland durchgesetzt, auch deshalb, weil E-Modul und Druckfestigkeit ohne weiteres am gleichen Prüfkörper ermittelt werden können. Der so bestimmte E-Modul wird Verformungsmodul E_v genannt. Da im allgemeinen Mauerwerk nur bis zu 1/3 seiner Druckfestigkeit beansprucht werden darf, wird der E_v -Modul in der Regel bei dieser Spannung ermittelt.

Um besser abgesicherte und mittels statistischer Kennzahlen genauer bewertbare E_v -Moduln von Mauerwerk zu erhalten und gleichzeitig noch vorhandene Lücken zu erkennen, wurden alle bis Ende 1976 in der Bundesrepublik Deutschland erfaßbaren entsprechenden Mauerwerksversuche, insgesamt etwa 350, ausgewertet.

AUSWERTEVERFAHREN

Sämtliche, wesentlich erscheinende Daten der verwendeten Mauersteine, Mörtel und des Mauerwerks sowie der Prüfbedingungen wurden auf Lochkarten erfaßt und z.T. mittels elektronischer Datenverarbeitung ausgewertet. Zur Kennzeichnung des Verformungsverhaltens des Mauerwerks wurden, soweit möglich, E_v -Moduln bei 0,25, 0,50 und 0,75 der jeweiligen Mauerwerksdruckfestigkeit β_{Dmw} sowie bei der zulässigen Spannung $zul\sigma$ nach DIN 1053, Teil 1, bezogen auf die *jeweilige* Stein- und Mörteldruckfestigkeit β_{DSt} bzw. $\beta_{Dm\phi}$ und bei $2 \cdot zul\sigma$ errechnet. Zusätzlich wurde der Ursprungs-Tangenten-Modul E_0 bestimmt, wobei vereinfachend von der σ - ϵ -Linie in Form einer quadratischen Parabel ausgegangen wurde:

$$E_0 = \frac{2\beta_{Dmw}}{\epsilon_u} \quad \text{mit } \epsilon_u: \text{Bruchdehnung bei der Mauerwerksdruckfestigkeit } \beta_{Dmw}.$$
 Über eine anhand der Versuchsergebnisse errechnete Parabelgleichung kann E_0 genauer bestimmt werden.

Mit E_0 wurde nach¹ der Kennwert α für die Steilheit der σ - ϵ -Linie

$$\alpha = E_0/4\beta_{Dmw} \quad \text{berechnet.}$$

Außer diesen Verformungskennwerten für Mauerwerk wurden alle verfügbaren entsprechenden Versuchswerte von Mauersteinen und Mörtel ausgewertet.

AUSWERTEERGEBNISSE

Mauermörtel

Versuchsergebnisse von σ - ϵ -Linien lagen kaum vor, so daß nur E-Moduln bis etwa 1/3 der Mörteldruckfestigkeit $\beta_{Dm\phi}$ ausgewertet werden konnten. Es waren E_{0-} , E_{el-} , E_{v-} Werte sowie zerstörungsfrei mittels Impulslaufzeitverfahren und mittels Resonanzfrequenzverfahren ermittelte E_{d1-} bzw. E_{d2-} Werte überwiegend bei Druck- z.T. auch bei

Zugbeanspruchung und zwar von Normal- und Leichtmörteln ermittelt worden.

Da keine deutlichen Unterschiede zwischen den verschiedenen E-Moduln zu erkennen waren, wurde auf eine getrennte Auswertung verzichtet. In Bild 1 sind die Versuchswerte dargestellt.

Näherungsweise ergeben sich folgende lineare Zusammenhänge zwischen E und $\beta_{Dm\ddot{o}}$.

Normalmörtel, Bereich $\beta_{Dm\ddot{o}} = 2$ bis 30 N/mm^2

$E = 2970 + 810\beta_{Dm\ddot{o}}$, Bestimmtheitsmaß $B = 81 \%$

Leichtmörtel, Bereich $\beta_{Dm\ddot{o}} = 4$ bis 10 N/mm^2

$E = 1265 + 229\beta_{Dm\ddot{o}}$, $B = 46 \%$.

Der gesamte Bereich der Versuchswerte von 2 bis 50 N/mm^2 wird zutreffender durch folgende Parabelgleichung beschrieben:

$E = -4390 + 5186 \sqrt{\beta_{Dm\ddot{o}}}$, $B = 84 \%$. Bei den Leichtmörteln liegen noch zu wenig Versuchswerte vor, um den Zusammenhang $E\text{-}\beta_{Dm\ddot{o}}$ ausreichend beschreiben zu können. Es zeigt sich jedoch bereits als Tendenz, daß die E-Moduln der Leichtmörtel bei gleicher Druckfestigkeit erheblich kleiner als bei den Normalmörteln sind und zudem noch wesentlich weniger mit der Druckfestigkeit zunehmen. Dies führt erwartungsgemäß auch zu entsprechenden E-Modul-Unterschieden bei Mauerwerk.²

Mauersteine

Da auch hier kaum $\sigma\text{-}\epsilon$ -Linien vorlagen, konnten nur E-Moduln bis etwa $1/3$ der Steindruckfestigkeit ausgewertet werden. Dafür lagen E_0 -, E_{el} -, E_v -Werte und zerstörungsfrei mittels Impulslaufzeitverfahren ermittelte Versuchswerte, bestimmt in verschiedenen Abmessungsrichtungen des Steines z.T. auch unter Zugbeanspruchung, vor. Da sich i.a. aus den vorliegenden Versuchswerten keine nennenswerten Unterschiede zwischen den verschiedenen E-Werten ergaben, wurde auf eine getrennte Auswertung verzichtet.

In Bild 2 sind die E-Modul-Werte für *Mauerziegel* (Voll- und Hochlochziegel) in Abhängigkeit von der Steindruckfestigkeit β_{DSt} dargestellt. Bei Druckbeanspruchung ergibt sich daraus näherungsweise für den Bereich $\beta_{DSt} = 4$ bis 60 N/mm^2 folgender linearer Zusammenhang

$E = 962 + 340 \cdot \beta_{DSt}$, $B = 76 \%$

Bild 3 zeigt den Zusammenhang für *Kalksandsteine*, bei denen kein deutlicher Unterschied zwischen E-Moduln bei Druck- und Zugbeanspruchung zu erkennen ist. Näherungsweise ergab sich im Bereich $\beta_{DSt} = 20$ bis 70 N/mm^2

$E = 4500 + 204\beta_{DSt}$, $B = 52 \%$.

Für die *Beton- und Gasbetonsteine* (s. Bild 4) ergab sich aus den wenigen Versuchswerten

$E = 596 + 378\beta_{DSt}$, $B = 60 \%$

(Betonsteine außer 4 Versuchswerten Bereich $\beta_{DSt} = 2$ bis 9 N/mm^2) und

$E = -643 + 533\beta_{DSt}$, $B = 87 \%$

(Gasbetonsteine, Bereich $\beta_{DSt} = 2$ bis 7 N/mm^2).

Wegen der z.T. sehr großen Streuungen, was sich auch im niedrigen Bestimmtheitsmaß ausdrückt, sind diese Zusammenhänge z.T. relativ schwach und deshalb nur als sehr grobe Näherung anzusehen. In der Tendenz ergeben sich jedoch bemerkenswerte Unterschiede zwischen den verschiedenen Steinarten. So scheint der Zusammenhang $E\text{-}\beta_{DSt}$ bei den Mauerziegeln, Beton- und Gasbetonsteinen von Beginn an ($\beta_{DSt} > 0$) annähernd linear zu sein, während bei den Kalksandsteinen eher zwei Bereiche zu erkennen sind, ein Anfangsbereich bei dem E relativ stark mit β_{DSt} zunimmt und ein späterer Bereich, bei dem diese Zunahme deutlich geringer ist. Der Anstieg von E mit steigendem Wert β_{DSt} im Auswertebereich nimmt in der Reihenfolge Kalksandsteine, Mauerziegel, Betonsteine und Gasbetonsteine zu. Geht man davon aus, daß der E-Modul des Mauersteines den des Mauerwerks am stärksten beeinflußt, so müßte sich beim Zusammenhang $E\text{-}\beta_D$ von Mauerwerk die gleiche Reihenfolge ergeben.

Mauerwerk

Wegen des direkten Bezuges zur Mauerwerksdruckfestigkeit und der in etwa im Bereich der maximalen Beanspruchungs liegenden Prüfspannung wird im folgenden nur auf den E_v -Wert bei $0,25 \beta_{Dmw}\text{-}E_{v25}$ -Bezug genommen. Zur Kennzeichnung der $\sigma\text{-}\epsilon$ -Linie wird der Wert α (s. Abschnitt 2) herangezogen.

Der Zusammenhang zwischen E_v und β_{Dmw} wurde im Bereich der Versuchswerte näherungsweise linear angenommen, was nach den grafischen Darstellungen berechtigt erschien, jedenfalls ergab sich in diesem Bereich kein erkennbarer anderer Zusammenhang. Wegen der z.T. sehr großen Streuung der E_{v25} -Werte bei gleicher Druckfestigkeit, war der Zusammenhang relativ schwach, was auch die z.T. sehr kleinen Bestimmtheitsmaße B deutlich machen. Straffere Zusammenhänge sind zu erwarten, wenn weitere Versuchsergebnisse, vor allem in den bislang kaum belegten Festigkeitsbereichen vorliegen. Die ermittelten Zusammenhänge können deshalb nur als relativ grob angesehen werden und sind entsprechend vorsichtig zu bewerten. In der Tabelle 1 sind die Regressionskonstanten a und b der Gleichung $E_{v25} = a + b \cdot \beta_{Dmw}$, die Anzahl der ausgewerteten Versuchswerte n; das Bestimmtheitsmaß B und der Auswertebereich für β_{Dmw} angegeben.

Danach nimmt der E-Modul je nach Mauerwerksart unterschiedlich stark mit der Druckfestigkeit zu. In Bild 5 sind die ermittelten Regressionsgeraden dargestellt. Deren Anstieg, d.h. die E-Modul-Zunahme mit β_{Dmw} ist bei den Betonsteinen am größten, bei Mauerwerk aus Hochlochziegeln und Kalksandsteinen am geringsten, wobei bei den beiden letztgenannten die Streuung der Versuchswerte sehr groß ist. Aufgrund zwischenzeitlich vorliegender neuer Versuchsergebnisse ist mit einem größeren Anstieg bei Hochlochziegeln zu rechnen.

Aus den Auswertergebnissen läßt sich der Bereich des E-Moduls von Mauerwerk näherungsweise zu rd.

$$1500\beta_{Dmw} \geq E \geq 500\beta_{Dmw}$$

angeben.

Die Zunahme des Geradenanstiegs bei Mauerwerk aus

den verschiedenen Mauersteinen erfolgt nicht in der gleichen Reihenfolge wie bei den Mauersteinen selbst. Diese Aussage ist jedoch wegen der z.T. zu geringen Anzahl der Versuchswerte noch nicht ausreichend abgesichert.

Nach Bild 5 läßt sich der Zusammenhang zwischen E_{v25} und β_{Dmw} für den gesamten Festigkeitsbereich näherungsweise durch

$$E_{v25} = 2116 \cdot \sqrt{\beta_{Dmw}}$$

beschreiben.

Aus den vorliegenden α -Werten wurden Mittelwert, Standardabweichung und Variationskoeffizient und aus

$$E_o = \alpha \cdot 4 \beta_{Dmw} \text{ der Wert } b' = 4\alpha$$

für einen Tendenzvergleich mit b aus der linearen Regression für E_{v25} berechnet und in der Tabelle 1 angegeben. Die α -Werte liegen für Mauerziegel, Kalksandsteine und Gasbetonsteine im gleichen Bereich von etwa 100 bis 250, im Mittel bei rd. 200, bei den Betonsteinen mit im Mittel von rd. 300 bis 500 jedoch deutlich höher, d.h. hier verläuft die σ - ϵ -Linie steiler. Der Vergleich E_o - und E_v -Werte bei gleicher Druckfestigkeit ergibt i.a. Übereinstimmung in Größenordnung und Reihenfolge für verschiedenes Mauerwerk. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die σ - ϵ -Linie nicht in allen Fällen durch eine Parabel zu beschreiben ist, bei Mauerwerk aus Betonhohlblocksteinen viel genauer durch eine Gerade. Die aus $E_o = 4 \alpha \beta_{Dmw}$ und E_{v25} errechneten Verhältnisswerte E_o/E_{v25} liegen überwiegend im Bereich von 1,0 bis 1,3.

WEITERFÜHRUNG DER AUSWERTUNG

Mit zwischenzeitlich neu hinzugekommenen Versuchswerten, insbesondere auch für Mauerwerk hoher Festigkeit wird die Auswertung gegenwärtig ergänzt. Weiterhin soll der Zusammenhang zwischen Verformungswerten der Mauermörtel und Mauersteine und des Mauerwerkes untersucht und ggf. mathematisch formuliert werden. Ziel ist es, aus der Druckfestigkeit von Mauersteinen und -

mörtel den E-Modul des Mauerwerkes rechnerisch abzuschätzen.

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden E-Modul-Werte von Mauersteinen, Mauermörtel und Mauerwerk aus der Auswertung der bis Ende 1976 in der Bundesrepublik Deutschland erfaßbaren Versuchswerte (rd. 350 Mauerwerksversuche) mitgeteilt. Die Werte streuen im einzelnen sehr stark und bedürfen weiterer Absicherung. Im Bereich der Versuchswerte wurde näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen E und Festigkeit β_D : $E = a + b \cdot \beta_D$ zugrundegelegt.

Für Mauermörtel ergab sich

$$E = 2970 + 810 \beta_D \quad (\beta_D: 2 \text{ bis } 30 \text{ N/mm}^2).$$

Die E-Moduln von Leichtmörteln waren deutlich kleiner. Bei den Mauersteinen lag b zwischen rd. 200 und 500 und stieg in der Reihenfolge Kalksandsteine, Mauerziegel, Beton- und Gasbetonsteine.

Beim Mauerwerk lag b zwischen 450 und 1800 (s. Tabelle 1). Der Sekantenmodul bei $0,25 \beta_D$ liegt im Bereich von rd. 500 bis $1500 \beta_{Dmw}$, wobei sich die verschiedenen Mauerwerksarten z.T. sehr stark voneinander unterscheiden. Der Zusammenhang E_{v25} und β_{Dmw} kann für den gesamten Festigkeitsbereich näherungsweise durch $E_{v25} = 2116 \sqrt{\beta_{Dmw}}$ beschrieben werden. Die σ - ϵ -Linie verläuft beim Mauerwerk aus Betonsteinen wesentlich steiler als bei anderem Mauerwerk.

Die Auswertung wird z.Zt. weitergeführt.

LITERATUR

1. Kirtschig, K.: Tragfähigkeit von Mauerwerk bei vertikaler Belastung - Traglastverfahren. Mauerwerk-Kalender 1976, S. 287 bis 321. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin-München-Düsseldorf, 1976.
2. Plank, A. und Kretschmann, G.: Über die Eignung von Leichtmörteln als Mauermörtel, Mitteilungen des Instituts für Bautechnik, Nr. 1, 1977.

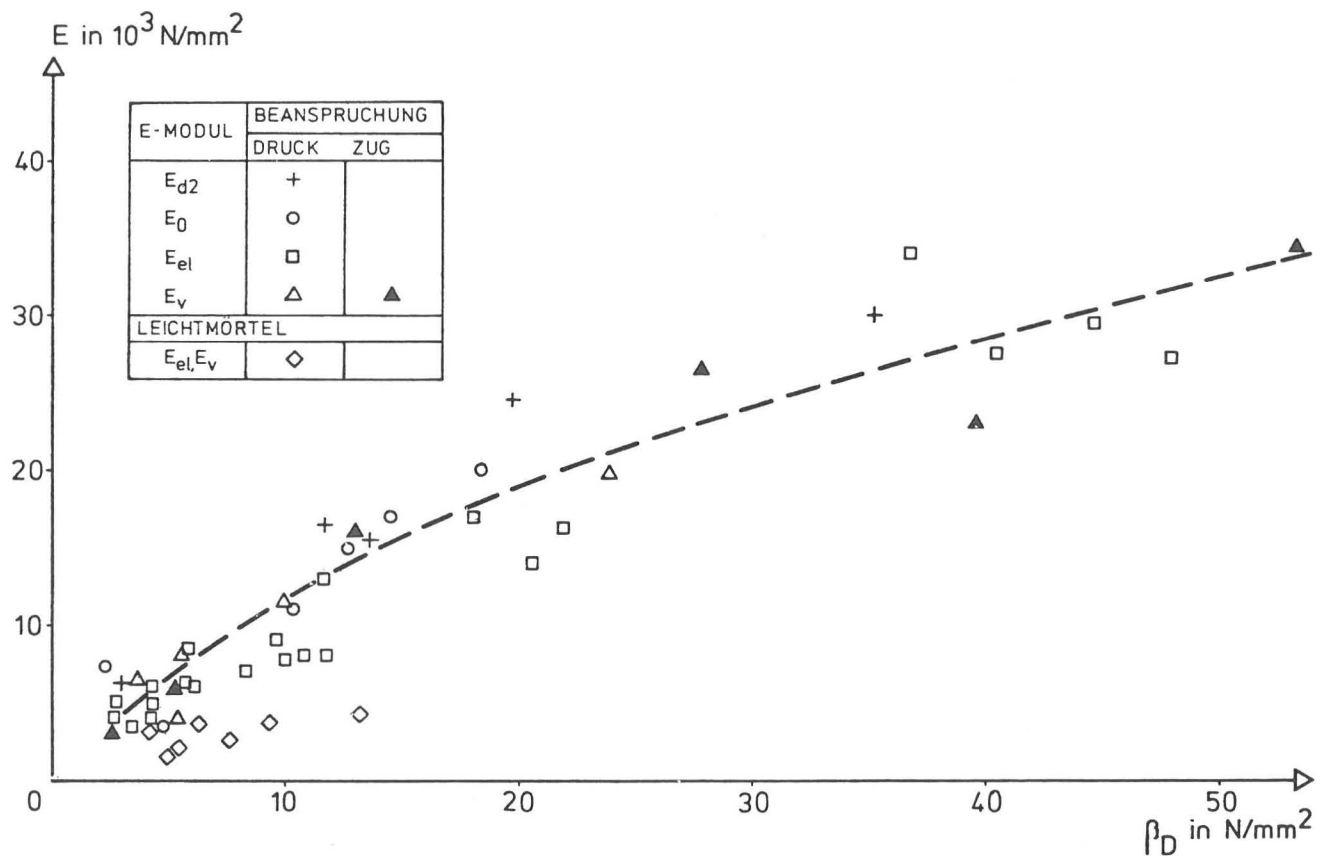


Bild 1. Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul E und Druckfestigkeit β_D von Mauermörtel im Alter von 28 Tagen

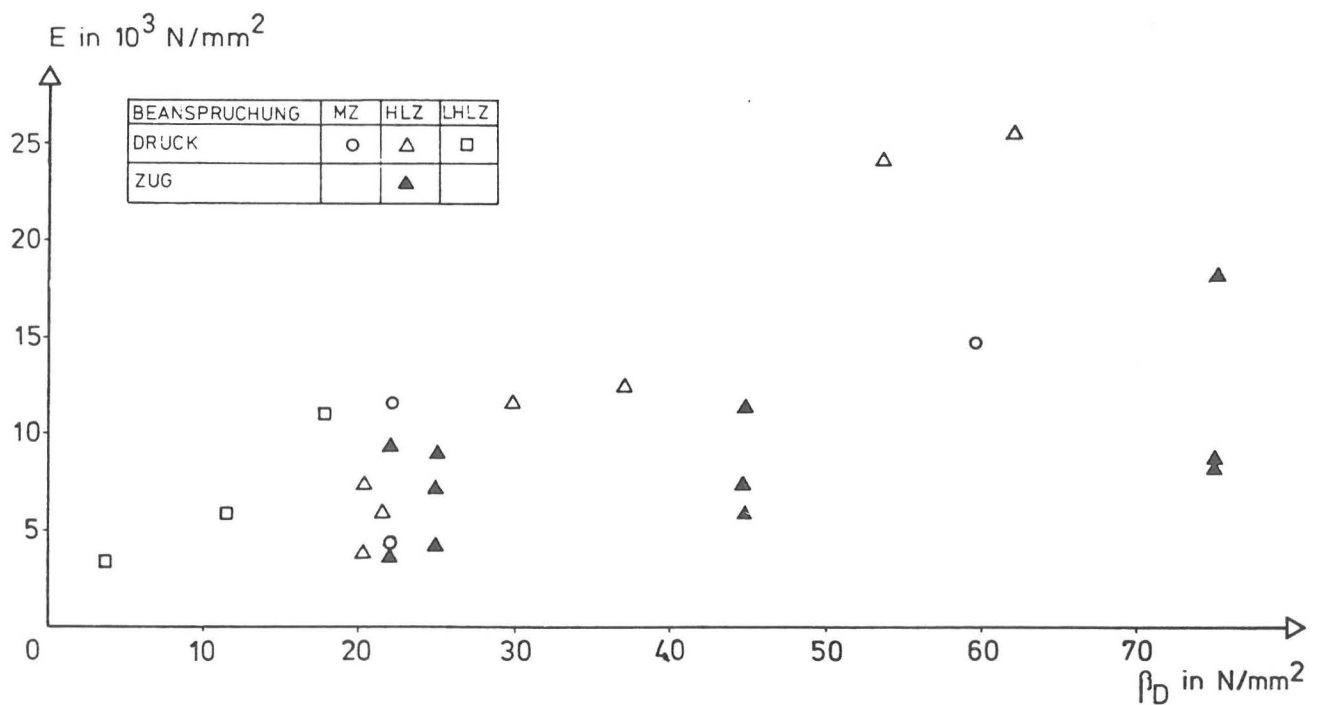
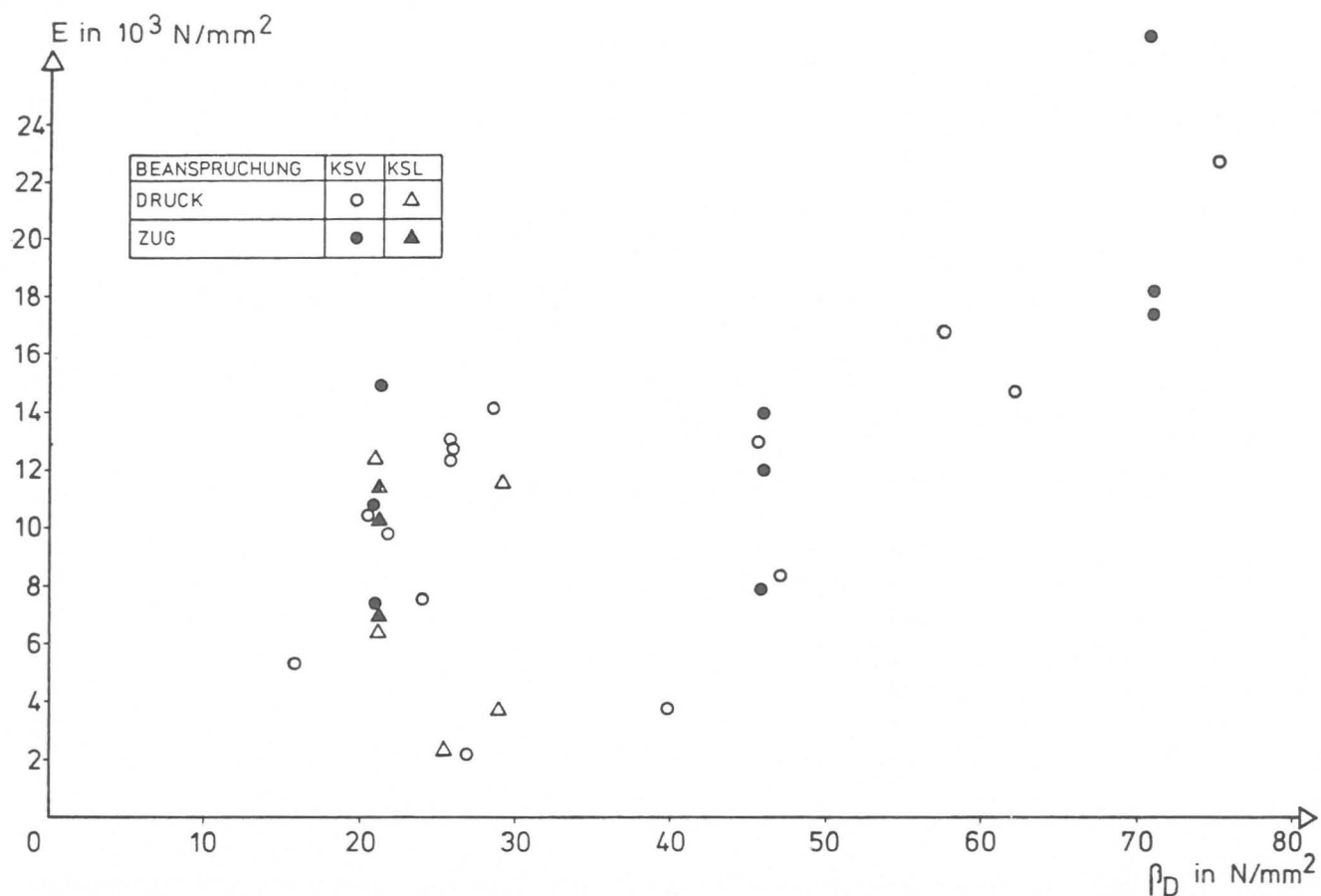
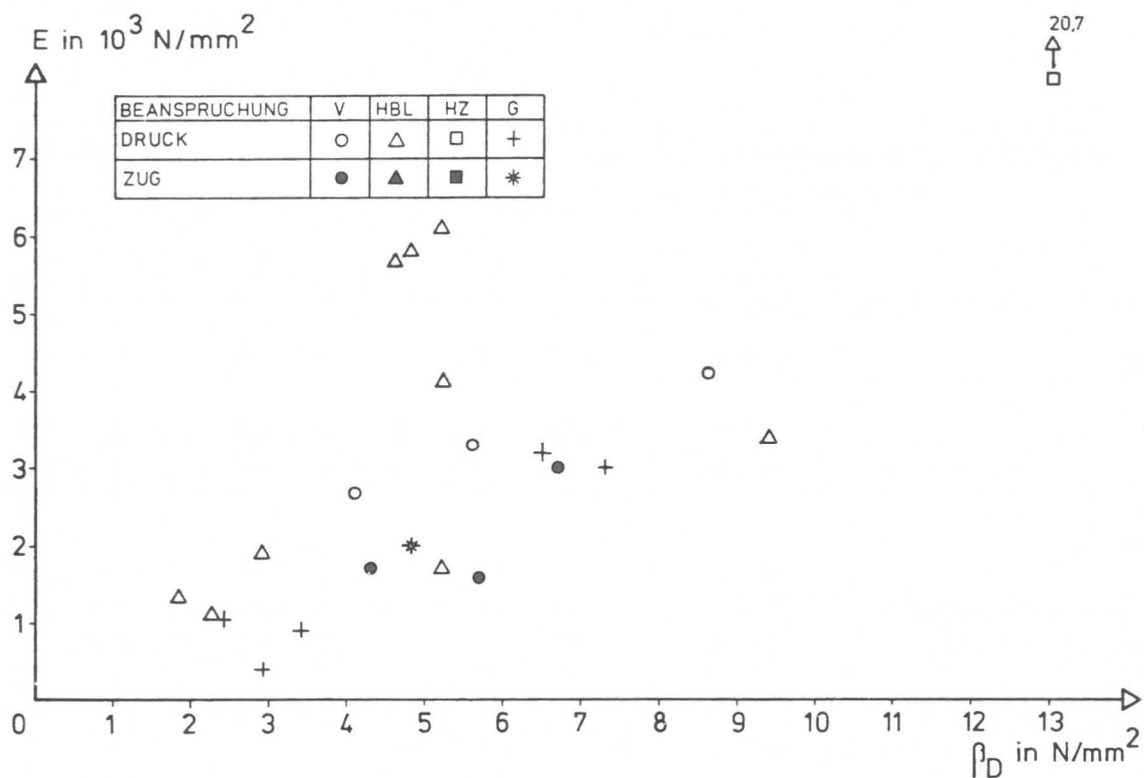


Bild 2. Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul E und Normdruckfestigkeit β_D bei Mauerziegeln

Bild 3. Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul E und Normdruckfestigkeit β_D bei KalksandsteinenBild 4. Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul E_v und Normdruckfestigkeit β_D bei Betonsteinen (V, HBL, HZ) und Gasbetonsteinen (G)

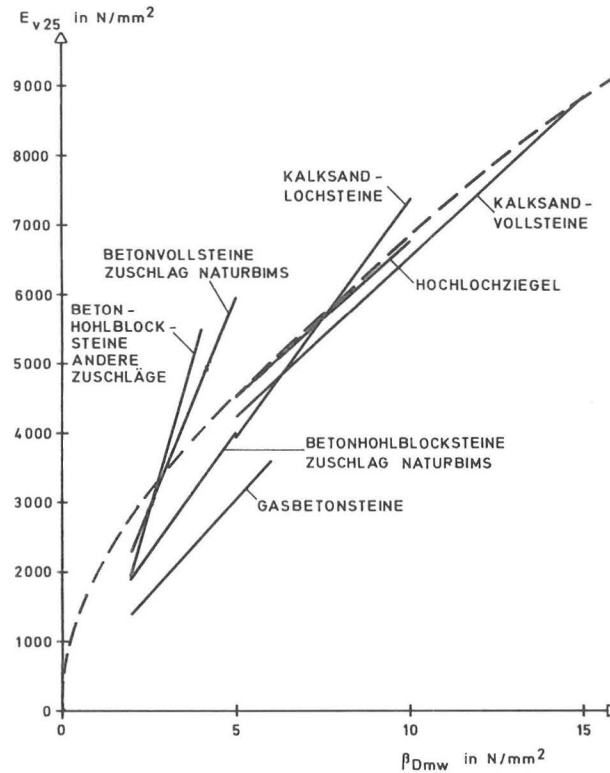


Bild 5. Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul E_{v25} und Druckfestigkeit β_{Dmw} von Mauerwerk aus verschiedenen Mauersteinen

TABELLE 1—Zusammenhang $E_{v25} = a + b \cdot \beta_{Dmw}$ und mittlere α -Werte $\alpha = E_o/4 \beta_{Dmw}$ und b' aus $E_o = b' \beta_{Dmw}$

Steinart	Bereich für β_{Dmw} N/mm ²	a N/mm ²	b —	n —	B %	α —	n —	s —	v %	$b' = 4\alpha$ —
<i>Mauerziegel</i>										
Hochlochziegel	5 bis 10	2262	452	18	44	220	6	31	14	880
<i>Kalksandsteine</i>										
Vollsteine	5 bis 15	1927	463	23	48	148	19	55	37	592
Lochsteine	5 bis 10	481	692	17	77	212	14	24	11	848
<i>Betonsteine</i>										
Vollsteine, Zuschlag, Naturbims	2 bis 5	-208	1236	7	89	382	6	60	16	1528
Hohlblocksteine, Zuschlag, Naturbims	2 bis 5	503	701	14	91	319	15	40	12	1276
Hohlblocksteine, andere Zuschläge	2 bis 4	-1643	1782	13	89	487	14	29	6	1948
Gasbetonsteine	2 bis 6	284	552	33	80	218	40	34	16	872

n: Anzahl der Versuchswerte, s: Standardabweichung, v: Variationskoeffizient, B: Bestimmtheitsmaß