

## IV-22. Mathematical Treatment of Cracking Characteristics of Thin Masonry Walls

Prof. Dr.-Ing. W. Mann  
Darmstadt

### ABSTRACT

*The understandable endeavours of engineers, to build increasingly thin brick walls demands a more exact theoretical examination. A self-contained solution to the cracking load is put forward. The danger of additional, unforeseen horizontal loads, e.g. crowds, on extremely thin walls will be examined. Examples of mathematical approximations for estimating load will be given.*

*Das Knickverhalten schlanker gemauerter Wände wird auf der Grundlage einer linearen Spannungsverteilung untersucht. Die für die Bemessung wesentlichen Größe werden in geschlossener Form entwickelt, so daß die Auswirkung der das Knickverhalten bestimmenden Parameter, nämlich Schlankheit, Exzentrizität, ungewollte Ausmit E-Modul und Kriechbeiwert explizit erkennbar ist. Für die praktische Bemessung werden einfache Näherungsformeln entwickelt. Insbesondere wird auch die Gefährdung von schlanken Wänden durch ungewollte horizontale Kräfte, die sich bei jeder Wan aus der Nutzung ergeben können, untersucht. Die in dieser Hinsicht kritische Schlankheit läßt sich durch eine einfache, geschlossene Näherungslösung angeben.*

### EINLEITUNG

Die ingenieurmäßige Nutzung von Mauerwerk erfordert vor allem die Kenntnis des Knickverhaltens schlanker Wände. Sowohl für das Verständnis der Zusammenhänge als auch für die praktische Bemessung ist es wichtig, geschlossene Formeln zu entwickeln, die das Knickverhalten exakt oder in angenäherter Form beschreiben. Der Einfluß der verschiedenen Parameter wird dadurch deutlich. Hierbei müssen vor allem die veränderlichen Querschnitte infolge klaffender Fugen, ungewollte Ausmitten als Abweichung von der angestrebten geraden Stabachse, und ungewollte Horizontalkräfte berücksichtigt werden.

### BEZEICHNUNG

$b, d, h_s, h_k$	= Breite, Dicke, Geschoßhöhe, Knicklänge der Wand
$\lambda = h_k/i; \bar{\lambda} = h_k/d$	= Schlankheit der Wand
$\beta_M$	= Druckfestigkeit des Mauerwerks
$E_s = \alpha \cdot \beta_M = 400\beta_M$	= Sekantenmodul des Mauerwerks
$e$	= planmäßige Exzentrizität der Normalkraft
$m = \frac{6e}{d}$	= bezogene Exzentrizität
$f_1$	= ungewollte Ausmitte
$f_2$	= Verformung nach Theorie II. Ordnung
$\eta = \frac{P_u}{P_o}$	= Verhältnis von Bruchlast $P_u$ zur zentrischen Bruchlast $P_o$ ohne Knickeinfluß

### GRUNDLAGEN

#### Lineare Spannungsverteilung

Mauerwerk wurde bislang stets unter Annahme einer linearen Spannungsverteilung bemessen. In letzter Zeit erschienen wiederholt Bemessungsvorschläge für nichtlineare, also z. B. parabolische Verteilung. Dies geschah offensichtlich in Angleichung an die Entwicklung im Stahlbetonbau. Auch wurden Bruchversuche unter exzentrischer Last bekannt, bei denen die Nachrechnung mit linearer Spannungsverteilung höhere rechnerische Randspannungen als die Bruchfestigkeit  $\beta_M$  des Mauerwerkes ergab. Hieraus läßt sich auf eine gekrümmte Spannungsline im Bruchzustand schließen.

Den folgenden Ableitungen wird dennoch nach Bild 1 Linearität der Spannungen zugrunde gelegt. Mehrere Gründe sprechen dafür. Das  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm ist keineswegs für alle Mauerwerksarten gleich. Gerade hochfestes Mauerwerk zeigt ein lineares Verhalten bis nahe an den Bruch, der sehr spröde und schlagartig erfolgt. Hier läge eine parabolische Verteilung auf der unsicheren Seite. Weiterhin ist die handwerkliche Ausführung der Fugen insbesondere an den Kanten nicht immer so gut, daß es sich empfiehlt, die letzten rechnerischen Reserven bei den Randspannungen zu nutzen. Und letztlich ist der Mehraufwand bei nichtlinearer Berechnung erheblich und im Hinblick auf die erforderliche Sicherheit, die gerade für exzentrisch beanspruchtes Mauerwerk zu wünschen ist, nicht gerechtfertigt.

#### Keine Zugspannungen in der Lagerfuge

Es wird vorausgesetzt, daß in den Lagerfugen keine Zugspannungen aufgenommen werden können. Zwar verfügt Mörtel über eine Haftzugfestigkeit, jedoch ist diese gering und unzuverlässig. Abgesehen davon, daß sie von Zwi-

gungsspannungen aufgebraucht sein kann, hängt sie stark von der Verarbeitung, insbesondere der Wässerung der Steine ab. Vor allem in Arbeitsfugen, z. B. während des Baues des Arbeitsgerüsts, können daher ungünstigere Verhältnisse als in anderen Bereichen oder gar im Labor auftreten. Deshalb wird nach Bild 1 in Anlehnung an die Bemessung im Betonbau keine Zugspannung in den Lagerfugen angesetzt.

### E-Modul als Sekantenmodul

Für die Knickuntersuchungen ist das Verformungsverhalten von wesentlicher Bedeutung. Bei leicht gekrümmtem  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramm nach Bild 2 könnten z. B. folgende E-Moduli angesetzt werden: Tangentenmodul  $E_0$  durch den Ursprung, Tangentenmodul in der Nähe der Bruchspannung  $E_1$ , Sekantenmodul durch den Ursprung  $E_s$ .

Im folgenden wird mit dem Sekantenmodul  $E_s$  gerechnet. Die in der Literatur angegebenen Werte für  $E_0$  wären für Knickuntersuchungen zu günstig. Außerdem entspricht der Sekantenmodul am meisten der angenommenen linearen Spannungsverteilung.

Der E-Modul wird in der Regel proportional zur Bruchfestigkeit  $\beta_M$  des Mauerwerkes angegeben also  $E = \alpha \cdot \beta_M$ . Für  $E_0$  schwankt  $\alpha$  für die verschiedenen Steinarten zwischen  $\alpha_0 = 600$  und  $1200$ . Da  $E_s < E_0$  ist und die Ableitungen für alle Mauerwerksarten gültig sein sollen, erscheint ein Wert  $\alpha_s = 400$ , also  $E_s = 400 \beta_M$ , angemessen.

### Ungewollte Vorauslenkung $f_1$

Der Stabilitätsuntersuchung liegt eine Wand mit einer ungewollten Vorauslenkung  $f_1$  zugrunde. Üblicherweise wird  $f_1$  proportional zur Knicklänge  $h_k$ , nämlich  $f_1 = h_k/k$  mit  $k = 300$ , angesetzt.

### Schlankheit, Knicklänge und teilweise Einspannung

Als Schlankheit  $\lambda = h_k/i$  wird üblicherweise das Verhältnis von Knicklänge  $h_k$  zu Trägheitsradius  $i = \sqrt{I/F}$  definiert. Bei Wänden, die stets Rechteckquerschnitt haben, wird  $h_k$  meistens vereinfachend auf die Wanddicke  $d$  bezogen. Zur Unterscheidung sei daher definiert  $\bar{\lambda} = h_k/d$ .

Die Knicklänge  $h_k$  einer Wand wird nach Bild 3 in der Regel gleich der Stockwerkshöhe  $h_s$  gesetzt. Nach [2] ist durch Versuche nachgewiesen, daß Deckenplatten, über die die Last  $P$  eingetragen wird, eine teilweise Einspannung darstellen, so daß in solchen Fällen  $h_k < h_s$ , also z. B.  $h_k = 0,75 h_s$  angesetzt werden kann.

Diese Einspannung ist insbesondere auch bei der Auswertung von Versuchen zu berücksichtigen und erklärt sicher manche Differenzen. Vollflächige Auflagerung der Versuchswände, Lasteinleitung über Teilflächen, die unter der Wandverformung zu Kantenpressung führen, Lagerreibung in Gelenken, Einspannungen und Kantenbelastung der Versuchspresen führen zu Exzentrizitäten, die das Versuchsergebnis grob verfälschen können, wenn sie nicht aufgezeichnet und berücksichtigt werden.

## ABLEITUNG DER TRAGLAST SCHLANKER WÄNDE

### Angenommenes System

Die Ableitung der Traglast erfolgt an einer Wand nach Bild 4, die im unbelasteten Zustand die ungewollte Vorauslenkung  $f_1$  hat. Unter der Belastung  $P$ , die mit der Exzentrizität  $e$  wirkt, verformt sich die Wand um den Betrag  $f_2$  nach der Theorie II. Ordnung . . .

Zwei Fälle sind zu unterscheiden: Für  $e + f_1 + f_2 \leq d/6$  klaffen die Fugen in keinem Bereich, es wirkt also der volle Querschnitt. Bei  $e + f_1 + f_2 > d/6$  ist mit klaffenden Fugen und entsprechend reduzierten Querschnitten zu rechnen.

### Ableitung für ungerissene Querschnitte

Wird die ungewollte Ausmitte  $f_1$  nach Bild 4 über die Wandhöhe cosinusförmig angesetzt, so lautet die Gleichgewichtsbedingung für das Stabelement:

$$EI \cdot w'' + P \cdot w = P \cdot (e + f_1 \cos \alpha z) \quad (1)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet mit  $w(0) = f_2$

$$e + f_1 + f_2 = \frac{e}{\cos \frac{\pi}{2} \sqrt{P/P_k}} + \frac{f_1}{1 - P/P_k} \quad (2)$$

mit der Eulerlast

$$P_k = \frac{\pi^2 \cdot EI}{h_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot \alpha \beta_M \cdot F d^2}{12 h_k^2} \quad (3)$$

Durch Reihenentwicklung der cos-Funktion und Kürzung läßt sich (2) vereinfachen und lautet angenähert

$$e + f_1 + f_2 \cong \frac{e + f_1}{1 - P/P_k} \quad (4)$$

Im Bruchzustand herrscht im Mauerwerk die Randspannung  $\beta_M$ ; hiermit wird die Bruchlast

$$P = P_u = \frac{F \cdot \beta_M}{1 + (e + f_1 + f_2) \cdot 6/d} \quad (5)$$

(3) und (5) in (4) eingesetzt, führt mit  $\bar{\lambda} = h_k/d$  auf die elastische Verformung nach Theorie II. Ordnung

$$f_2 = \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} \cdot \frac{12}{\pi^2} \cdot \frac{e + f_1 + f_2}{1 + (e + f_1 + f_2) \cdot 6/d} \quad (6)$$

Diese Lösung ist für die Praxis zu unhandlich. Mit ausreichender Genauigkeit kann sie vereinfachend angenähert werden zu

$$f_2 \cong (e + f_1) \cdot \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} \quad (7a)$$

Hieraus ergibt sich die gesamte Exzentrizität

$$e + f_1 + f_2 = (e + f_1) \cdot \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} + 1 \right) \quad (7b)$$

Die außerplanmäßigen Verformungen nach Theorie II. Ordnung lauten

$$f = f_1 + f_2 = \frac{\bar{\lambda}}{\alpha} \cdot \left[ e + f_1 \cdot \left( 1 + \frac{\alpha}{\bar{\lambda}^2} \right) \right] \quad (7c)$$

Mit ausreichender Genauigkeit läßt sich auch diese Formel noch vereinfachen. Mit  $\alpha = 400$ ,  $f_1 = h_k/300$  und  $m = 6e/d$  erhält sie folgende für die Praxis handliche Näherungsform

$$f = f_1 + f_2 = \frac{h_k \cdot \bar{\lambda}}{6\alpha} \cdot (m + 1) \quad (8)$$

Die Bemessung ist also entweder mit  $e + f_1 + f_2$  nach (7b) oder mit  $e + f$  nach (8) durchzuführen.

Setzt man die Bruchlast  $P_u$  ins Verhältnis zur zentrischen Bruchlast ohne Knickeinfluß  $P_0 = \beta_M \cdot F$ , so erhält man mit (5) und (8) die Knickabminderung

$$\eta = \frac{P_u}{P_0} = \frac{1}{(1 + m) \cdot \left( 1 + \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} \right)} \quad (9)$$

Gleichung (9) gilt für ungerissene Querschnitte, also für  $\mu \geq 0,5$ . Die Ergebnisse sind für  $\alpha = 400$  und  $f_1 = h_k/300$  im oberen Teil der Bilder 6 und 7 dargestellt.

#### Ableitung für gerissene Querschnitte

Das Gleichgewicht am Element des Stabes nach Bild 5 lautet

$$EI(z) \cdot w(z)'' + P \cdot a(z) = 0 \quad (10)$$

Weiterhin sind folgende geometrische Bezeichnungen ablesbar:

$$a(z) = x(z)/6 \text{ und } f_1(z) + w(z) + x(z)/3 = c$$

Setzt man die ungewollte Ausmitte  $f_1(z)$  affin zur elastischen Stabauslenkung  $w(z)$ , erhält man  $f_1(z) = f_1 \cdot w(z)/f_2$ .

Mit  $I(x) = b \cdot x^3/12$  wird aus (10) die grundlegende Differenzialgleichung

$$x^2 \cdot x'' = 6P \cdot \frac{1 + f_1/f_2}{Eb} \quad (11)$$

Ihre Lösung lautet

$$\pm z \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt{\frac{12P \cdot (1 + f_1/f_2)}{Eb}} = \sqrt{C_1 \cdot x \cdot (C_1 \cdot x - 1)} + \ln \sqrt{C_1 \cdot x + \sqrt{C_1 \cdot x - 1}} + C_2 \quad (12)$$

$C_2$  ist wegen Symmetrie Null. Die Integrationskonstante  $C_1$  ergibt sich aus der Randbedingung  $x(z = 0) = x_0$  zu  $C_1 = 1/x_0$ .

Die Randbedingung  $x(z = h_k/2) = 3c$  führt mit der Bezeichnung

$$3cD = \frac{1}{C_1} = x_0 \quad (13)$$

und mit  $E = \alpha \cdot \beta_M$  aus (12) nach Quadrieren auf die Ausgangsgleichung

$$\frac{Ph_k^2 (1 + f_1/f_2)}{\alpha \cdot \beta_M \cdot b} = 9c^3D \cdot \left[ \sqrt{1 - D} + D \cdot \ln \frac{1 + \sqrt{1 - D}}{\sqrt{D}} \right]^2 \quad (14a)$$

Weiterhin gilt für die Stabmitte  $z = 0$ :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot bx_0 \quad (14b)$$

Mit den geometrischen Beziehungen  $f_2 = c - f_1 - x_0/3$  und  $c = d/2 - e$  sowie mit (13) beschreibt das Gleichungssystem (14a, b) den dargestellten Knickfall.

Bei der Auswertung des Systems ist darauf zu achten, daß die Größtwerte  $\max P$  für  $\sigma < \beta_M$  entstehen können, da dafür nicht die Randspannung  $\sigma$  allein, sondern das Produkt  $\sigma \cdot x_0$  maßgebend ist. Ergibt sich jedoch  $\max P$  für  $\sigma > \beta_M$ , ist die Bruchlast  $P_u$  für  $\sigma = \beta_M$  zu errechnen. Die Auswertung für  $\alpha = 400$  und  $f_1 = h_k/300$  ist im unteren Teil von Bild 6 dargestellt. Die Ergebnisse gelten genau für  $m \geq 1$ . Für den teilweise gerissenen Bereich lassen sich die Werte durch Ausgleich der Kurven nach Abschnitt 4.2. und 4.3. bestimmen.

Um zu einer geschlossenen Näherungslösung zu kommen, wird nachgewiesen, daß die in Abschnitt 4.2. hergeleiteten Gleichungen

$$e + f_1 + f_2 = (e + f_1) \cdot \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} + 1 \right) \quad (7b)$$

und

$$f = f_1 + f_2 = \frac{h_k \cdot \bar{\lambda}}{6\alpha} (m + 1) \quad (8)$$

auch für gerissene Querschnitte anwendbar sind. (8) führt für gerissene Querschnitte auf

$$\eta = \frac{P_u}{P_0} = \frac{1}{4} \cdot \left[ 3 - \left( \frac{m + \bar{\lambda}}{50} \right) \cdot \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} + 1 \right) \right] \quad (15)$$

Die Auswertung dieser Gleichung ist in Bild 7 dargestellt. Man erkennt, daß sie auf der sicheren Seite liegt und für die Praxis praktikable Ergebnisse liefert.

#### Einfluß von Kriechverformungen

Elastische Verformungen des Mauerwerkes nehmen infolge des Kriechens mit der Zeit zu, was sich auf die Knickgefahr auswirken kann. Allgemein gilt für die Kriechverformung  $f_\varphi$ :

$$f_\varphi = \varphi \cdot f_{\text{elast}} \quad (16)$$

Der Kriecheinfluß läßt sich wie folgt abschätzen:

$f_2$  war die elastische Verformung im Bruchzustand. Setzt man im ungünstigsten Fall  $f_2 \sim f$ , so ist mit einer Sicher-



heitszahl  $\nu = 2$  die Verformung unter Gebrauchslast  $\sim \frac{f}{2}$ ;

setzt man weiterhin voraus, daß die kriechezeugende Last ungefähr die Hälfte der Voll-Last ist, wird in einem ungünstigen Fall  $f_{\varphi} = \varphi \cdot f/4$ . Damit erhält die Näherungsgleichung<sup>8</sup> ihre endgültige Form

$$f = f_1 + f_2 = \frac{h_k \cdot \bar{\lambda}}{6\alpha} \cdot (m + 1) \cdot (1 + \varphi/4) \quad (17)$$

Wie bereits dargestellt, gilt  $f_1 = h_k/300$  und  $\alpha = 400$ .

### Bemessungsbeispiele

Beispiel 1: Ein gemauerter Pfeiler mit dem Querschnitt  $b \cdot d = 50 \cdot 30 \text{ cm}^2$  und der Knicklänge  $h_k = 3,60 \text{ m}$  trägt eine Last  $P = 150 \text{ kN}$  exzentrisch mit  $e = 5 \text{ cm}$ . Dies bedeutet  $m = \frac{6e}{d} = 1,0$  und  $\bar{\lambda} = \frac{3,60}{0,30} = 12$ . Für  $\varphi = 1,0$  ergibt sich aus (17)

$$f = f_1 + f_2 = \frac{3,60 \cdot 12}{6 \cdot 400} (1 + 1)(1 + 1/4) = 0,045 \text{ m.}$$

Mit  $e + f = 0,05 + 0,045 > d/6$  lautet die Randspannung

$$\sigma = \frac{2P}{3b(d/2 - e - f)} = \frac{2 \cdot 150}{3 \cdot 0,50 \cdot (0,30/2 - 0,05 - 0,045)} = 3600 \text{ kN/m}^2$$

Beispiel 2: Der gleiche Pfeiler sei planmäßig zentrisch belastet, also  $e = 0$  und  $m = 0$ ; aus (17) folgt

$$f = \frac{3,60 \cdot 12}{6 \cdot 400} \cdot 1,0(1 + 1/4) = 0,023 \text{ m.}$$

Mit  $e + f = 0 + 0,023 = 0,023 < d/6$  lautet die Randspannung

$$\sigma = \frac{P}{F} \left[ 1 + \frac{6}{d} (e + f) \right] = \frac{150}{0,5 \cdot 0,3} \left[ 1 + \frac{6}{0,3} (0,023) \right] = 1460 \text{ kN/m}^2$$

## GRENZSCHLANKHEIT UND KRITISCHE SCHLANKHEIT

### Begriffe

Mauerwerk als Baustoff ohne Zugfestigkeit ist gegenüber Biegemomenten besonders anfällig. Anders als bei Stahlbeton-Stützen, bei denen die Bewehrungsseisen die Biegezugkraft aufnehmen können, kann dies bei Mauerwerk nur durch Überdrückung also durch eine exzentrische Verschiebung der Normalkraft mit entsprechend erhöhten Randspannungen erfolgen.

Biegemomente sind daher bei solchen Wänden besonders gefährlich, wo nur geringe Auflasten vorhanden oder zulässig sind, also vor allem bei sehr schlanken Wänden.

Ist keine planmäßige Exzentrizität  $e$  vorhanden, ist zumindest mit der ungewollten Ausmitte  $f_1$  und der durch sie

erzeugten Verformung  $f_2$  nach Theorie II. Ordnung, zusammen also mit  $f_1 + f_2 = f$  zu rechnen. Eine Grenzfall ist dann erreicht wenn  $f \cong d/2$ , wenn also die Normalkraft zur Querschnittskante verschoben wird. Die Schlankheit, bei der dieser Fall eintritt, sei "Grenzschlankheit" genannt.

Ein weiterer kritischer Bereich ist dann gegeben, wenn ungewollte Horizontalkräfte auf eine Wand einwirken, z.B. als "Anprall-Lasten" bei der Nutzung der Räume, aus Menschengedränge oder aus der Aufhängung von Boilern und Hängeschränken. Einzellasten  $H = 0,5 \text{ kN}$  können jederzeit auftreten. Da sehr schlanke Wände wegen der geringen zulässigen Auflast besonders gefährdet sind, sei dieser Bereich als "kritische Schlankheit" bezeichnet.

### Grenzschlankheit

Geht man von der Näherungsgleichung (17) aus, so geht die Bedingung  $f = d/2$  mit  $m = 0$  über in

$$\frac{\bar{\lambda}^2}{6\alpha} (1 + \varphi/4) = \frac{d}{2}$$

Hieraus ergibt sich die Grenzschlankheit

$$\bar{\lambda}_{gr} = \sqrt{\frac{3\alpha}{1 + \varphi/4}} \quad (18)$$

Mit  $\alpha = 400$  und  $\varphi = 0$  wird  $\bar{\lambda}_{gr} = \sqrt{1200} = 34,6$ ; mit

$\varphi = 2$  folgt  $\bar{\lambda}_{gr} = \sqrt{800} = 28,0$ . Sieht man noch einen Sicherheitsabstand vor, so erscheint es angebracht, als

Grenzschlankheit den Wert  $\bar{\lambda}_{gr} = 25$  anzusetzen und keine schlankeren Wände zuzulassen.

### Kritische Schlankheit

Eine planmäßig mittig gedrückte Wand mit  $e = 0$  weist im Bruchzustand unter  $N = \nu_1 \cdot P$  eine ungewollte Ausmitte  $f = f_1 + f_2$  und die Randspannung

$$\sigma_1 = \frac{2\nu_1 P}{3b(d/2 - f)} = \beta_M \quad (19)$$

auf. Wirkt zusätzlich eine außerplanmäßige Horizontalkraft  $H$ , so bewirkt diese eine Exzentrizität  $e_H$ , durch die sich die ursprüngliche Sicherheit  $\nu_1$  auf  $\nu_2$  reduziert. Die Randspannung lautet dann

$$\sigma_2 = \frac{2\nu_2 P}{3b(d/2 - f - e_H)} = \beta_M \quad (20)$$

Greift  $H$  in halber Wandhöhe an, so ergeben sich mit (17) die Werte

$$e_H = \frac{H \cdot h_k}{4P} \left( 1 + \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} \right) \text{ und } f = \frac{\bar{\lambda}^2}{\alpha} \cdot \frac{d}{6} (1 + \varphi/4)$$

Diese Werte in (19) und (20) eingesetzt und  $P$  eliminiert, folgt die Bestimmungsgleichung für die kritische Schlankheit  $\bar{\lambda}$ :

$$\frac{H}{bd\beta_M} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1^2} \cdot \frac{3}{2\bar{\lambda}} \cdot \frac{\left[1 - \frac{\bar{\lambda}^2}{1200}(1 + \varphi/4)\right]^2}{1 + \bar{\lambda}^2/400} \quad (21)$$

Will man eine Reduzierung der Sicherheit  $\nu_1 = 2,0$  auf  $\nu_2 = 1,5$  in diesem Lastfall zulassen, so geht (21) über in

$$\frac{H}{bd\beta_M} = \frac{3}{16\bar{\lambda}} \cdot \frac{(1 - \bar{\lambda}^2/800)^2}{1 - \bar{\lambda}^2/400} \quad (22)$$

Mit guter Näherung folgt hieraus  $\bar{\lambda}$  als "kritische Schlankheit"  $\bar{\lambda}_{kr}$

$$\bar{\lambda}_{kr} = 20 - 1000 \cdot \frac{H}{bd\beta_M} \quad (23)$$

Als Beispiel seien folgende Werte eingesetzt:  $H = 0,5$  kN;  $b = 100$  cm;  $d = 30$  cm;  $\beta_M = 0,5$  kN/cm<sup>2</sup>; hieraus folgt  $\bar{\lambda}_{kr} = 19,7$ . Ist die vorhandene Schlankheit  $\bar{\lambda} \geq \bar{\lambda}_{kr}$ , liegt sie im kritischen Bereich. Die Auswirkung einer außerplanmäßigen Horizontalkraft sollte dann untersucht werden, da sie die Sicherheit erheblich beeinträchtigen kann.

Ist die Wand gemäß Bild 3 oben und unten in die Deckenplatten teilweise eingespannt, sind zusätzliche Reserven vorhanden. Diese Reserven sind jedoch weitgehend aufgebraucht, wenn die Einspannung durch eine Reduzierung der Knicklänge, also z.B.  $h_k = 0,75 h_s$ , bereits erfaßt ist.

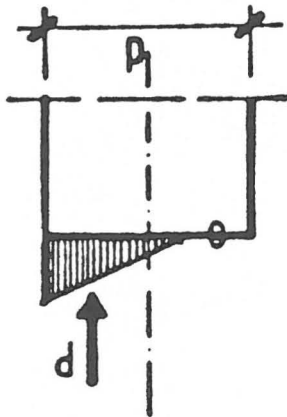


Bild 1. Lineare Spannungsverteilung unter Ausschluß von Zugspannungen

### Beispiel für die Auswirkung einer kritischen Schlankheit

Eine gelenkig gelagerte Wand mit dem Querschnitt  $b \cdot d = 1,00 \cdot 0,115$  m<sup>2</sup> habe eine Höhe  $h_s = h_k = 2,70$  m und damit  $\bar{\lambda} = 23,5$ . Für das Material gelte  $\beta_M = 2500$  kN/m<sup>2</sup> und  $\varphi = 1$ , als Sicherheit sei  $\nu_1 = 2,0$  vorgesehen. Aus (17) folgt mit  $e = 0$  der Wert  $f = 2,70 \cdot 23,5 (1 + 0,25)/2400 = 0,035$  m und eine aufnehmbare Last  $P = \frac{3}{2} b(d/2 - f)$

$\cdot \beta_M/\nu_1 = 1,5 \cdot 1,0 (0,115/2 - 0,035) \cdot \frac{2500}{2,0} = 42,2$  kN. Eine

horizontale Kraft  $H = 0,5$  kN in halber Wandhöhe erzeugt ein Moment  $M_H = 0,50 \cdot 2,70/4 = 0,34$  kNm und nach

(17) eine Exzentrizität  $e_H = \frac{0,34}{42,2} (1 + 23,5^2/400) = 0,019$  m.

Mit  $f + e_H = 0,035 + 0,019 = 0,054$  m  $\sim d/2$  rückt die Lastresultierende fast an die Querschnittskante, so daß kein Gleichgewicht mehr möglich ist. Falls die zulässige Last  $P$  nicht voll vorhanden ist, oder das Wandstück eine kleinere Breite hat, werden die Verhältnisse noch ungünstiger.

### LITERATUR:

1. Mann, W.: Grundlagen für die Bemessung von Ingenieurmauerwerk. Mauerwerkskalender 1979
2. Gremmel, M.: Zur Ermittlung der Tragfähigkeit schlanker Mauerwerkswände an Bauteilen in wirklicher Größe. Diss. Braunschweig 1978

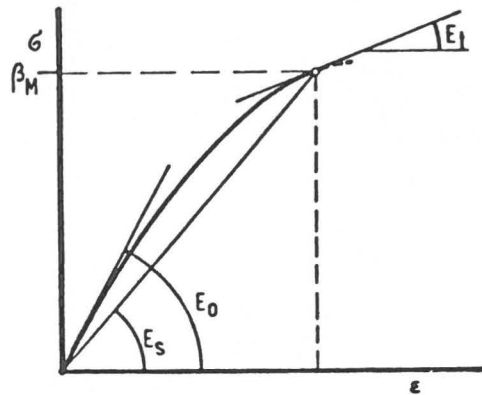


Bild 2. E-Moduli  $E_0$ ,  $E_t$ ,  $E_s$

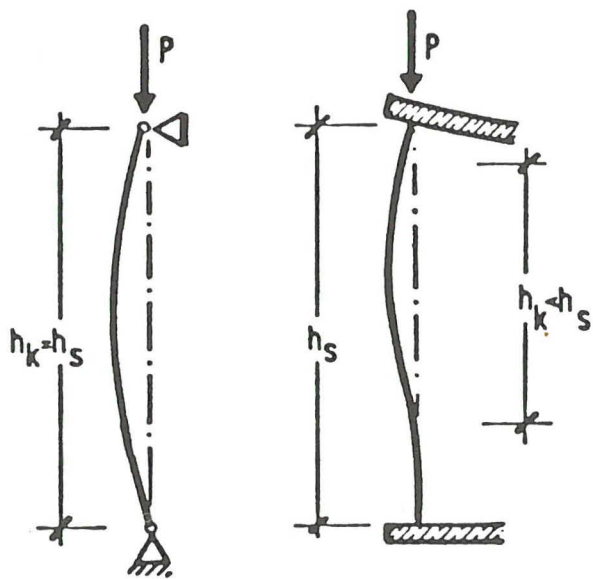
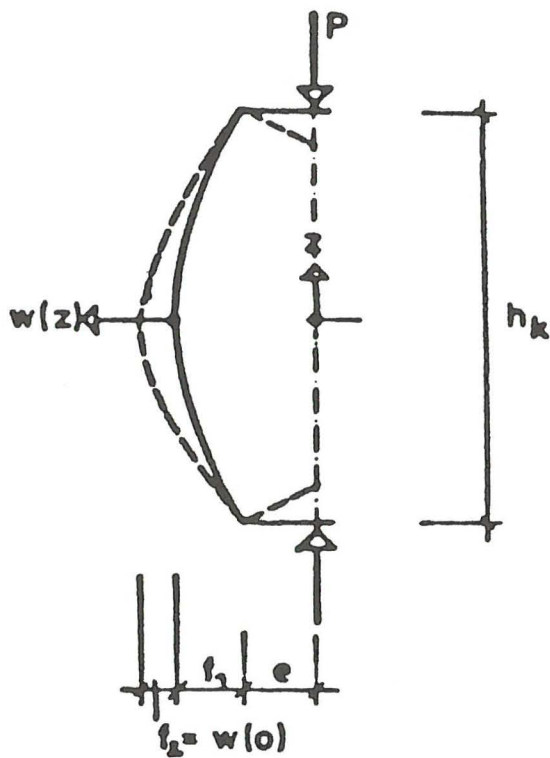
Bild 3. Knicklängen  $h_k$ 

Bild 4. System des Knickstabes

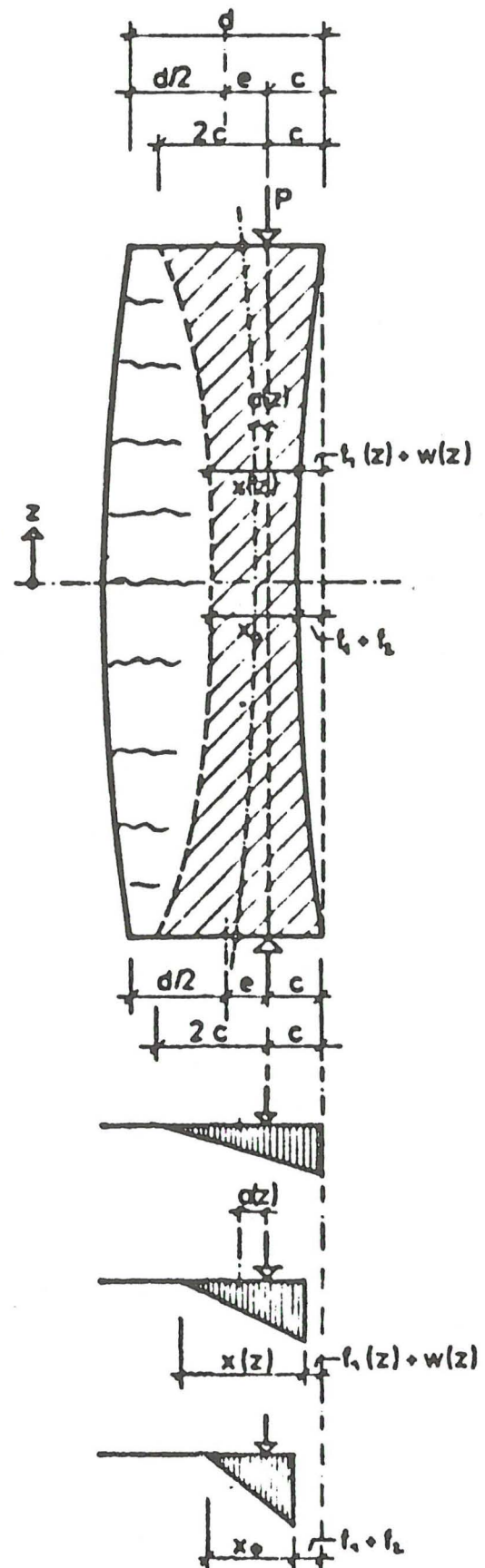


Bild 5. System mit gerissenen Querschnitten

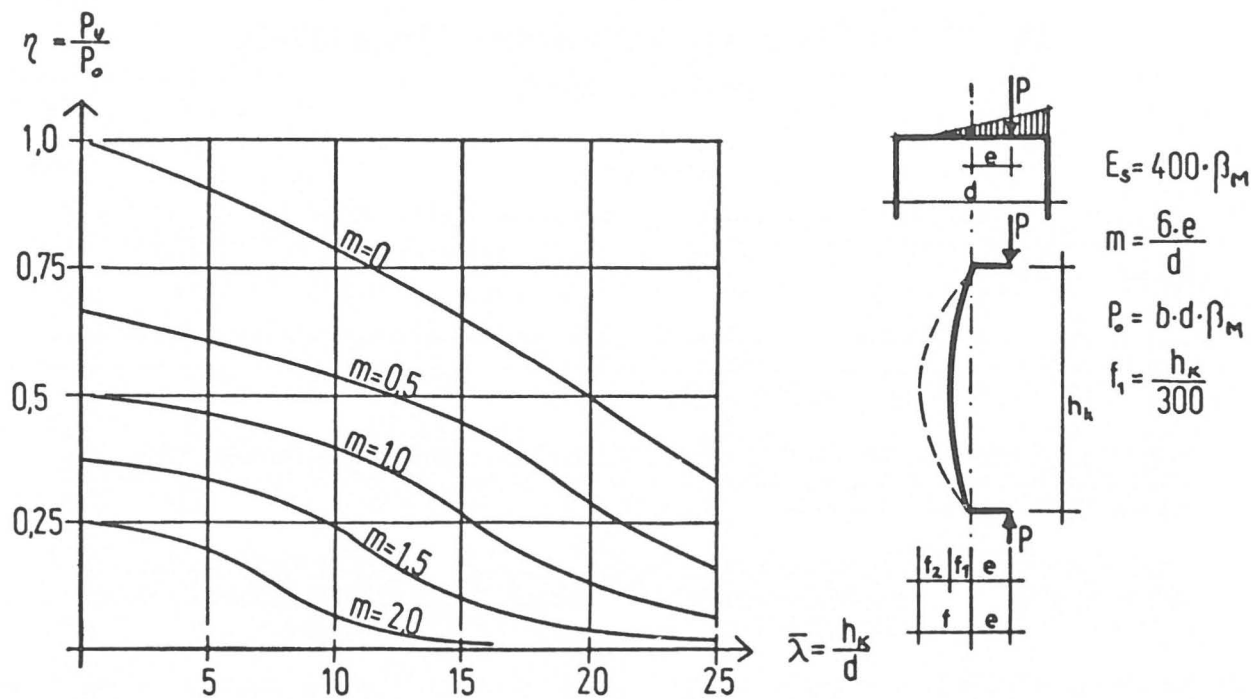


Bild 6. Abminderung der Tragkraft durch den Knickeinfluss nach der Differentialgleichung

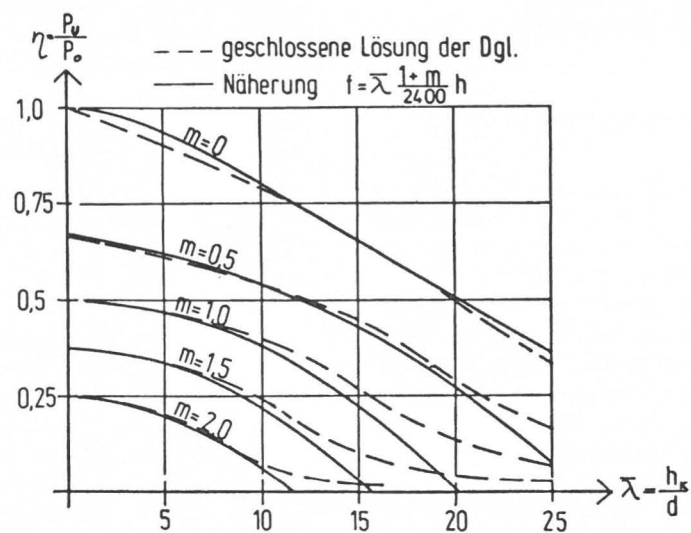


Bild 7. Näherungslösung für den Knickeinfluss und Vergleich mit Lösung der DGL.