

IV-32. The Strength of the Bending Compression Zone of Reinforced Masonry

Prof. Dr.-Ing. Zelger
Technical University Munich

ABSTRACT

A description of eccentric compression tests on masonry prisms. Derivation of the design strength for masonry compression zones to be used in connection with the design stress-strain relationship of common reinforced concrete codes.

Beschreibung von exzentrischen Druckversuchen an Mauerwerksprismen. Ableitung der Rechenfestigkeit, welche bei Anwendung der im Stahlbetonbau üblichen Bemessungsverfahren angesetzt werden muß

ZIELSETZUNG

Am Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Universität München werden zur Zeit Versuche durchgeführt, die klären sollen, ob die gleiche nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung, wie sie im Stahlbetonbau verwendet wird, das sogenannte Parabel-Rechteck-Diagramm, auch für die Bemessung von bewehrtem Mauerwerk geeignet ist und wie hoch dann die Rechenfestigkeit anzusetzen ist. In Deutschland und wohl auch anderswo wird noch mit linearer Spannungsverteilung im Mauerwerk gerechnet, während z.B. die CIB-Recommendations for Masonry Structures eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung vorschlagen, die der im CEB-FIP-Model Code für Stahlbeton empfohlenen zwar nahe kommt aber nicht damit übereinstimmt. Für den entwerfenden Ingenieur wäre es sehr vorteilhaft, wenn er zwei so ähnliche Baustoffe wie bewehrtes Mauerwerk und Stahlbeton gleichartig bemessen und dazu die gleichen Hilfsmittel benutzen könnte.

Mauerwerk ist anisotrop, in besonderem Maße dann, wenn wärmeisolierende Lochsteine verwendet werden. Wie hoch darf man die Rechenfestigkeit parallel zur Lagerfuge ansetzen, wenn man — wie üblich — die Mauerwerkfestigkeit nur bei Belastung senkrecht zur Lagerfuge kennt? Auch diese Frage wird mit den im folgenden beschriebenen Versuchen zu beantworten versucht.

PROBEKÖRPER

Mauerwerksprismen

Es ist einfacher und billiger unbewehrte Prismen in genau definierter Weise exzentrisch zu belasten, als bewehrte Balken zu prüfen und es liefert überdies die bessere Information. Der im Bild 1 dargestellte prismatische Probekörper kann als rechteckiges Element einer auf Biegung belasteten Platte oder Wand betrachtet werden.

Einige Zeit nach dem Mauern wird der Probekörper hochkant auf einen Betonklotz gestellt, in die Prüfmaschine befördert und parallel zur ursprünglichen Lagerfuge exzentrisch belastet. Um Zugspannungen auszu-schließen wird die Zugzone durch zwei künstliche Risse innerhalb der 50 cm langen Meßstrecke unterbrochen.

Vergleichsproben

Zusammen mit den Mauerwerksprismen werden kleine Mauerwerkskörper hergestellt, wie sie in [1] beschrieben sind. Diese werden im gleichen Alter wie die Prismen aus Vergleichsgründen geprüft. Im Gegensatz zu den Prismen wirkt die Last stets zentrisch und senkrecht zu den Lagerfugen.

Bei den bisherigen Versuchen an Kalksandstein-Mauerwerk betrug die Mauerwerksfestigkeit von 22 derartigen Vergleichskörpern im Mittel 12 N/mm².

Steine und Mörtel

Die verwendeten Kalksandsteine KSL 150/2 DF DIN 106 hatten relativ große Löcher mit rund 2,7 cm Durchmesser. Ihre Festigkeit betrug

parallel zur	(20 Proben)
Lochrichtung	$17,6 \pm 1,5 \text{ N/mm}^2$
senkrecht zur	(10 Proben)
Lochrichtung	$6,7 \pm 0,6 \text{ N/mm}^2$

Der Mörtel bestand aus Zement, Kalkhydratpulver und Sand im Verhältnis 1 : 0,2 : 5 nach Raumteilen.

VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Die Versuchsanordnung ist in den Bildern 2 und 3 dargestellt. Sie erfüllt folgende Bedingungen:

- Die Null-Linie bleibt während der Belastung an der gleichen Stelle.
- Die Druckkraft wird über 2 Gelenke eingetragen. Ihr Abstand vom Druckrand kann mit Millimetergenauigkeit gemessen werden.
- Die Verformungsgeschwindigkeit wird, abgesehen vom Anfangsstadium der Belastung, konstant gehalten. Sie beträgt am Druckrand 0,1 %/min.

Regelkreise sorgen für die Einhaltung der Bedingungen a) und c).

ERGEBNIS

In Bild 4 ist das übertrieben verformte in der horizontalen Symmetrie-Ebene geschnittene Prisma dargestellt. Aus den äußeren Kräften F_1 , F_2 , der Durchbiegung f in bezug auf

die Gelenkebene und den gemessenen Dehnungen $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ gewinnt man im Bruchzustand (Index U) folgende Kennwerte für die Festigkeit der Biegedruckzone:

$$\text{Normalkraft } N_U = F_{2U} - F_{1U} \quad (\text{Druck negativ})$$

Moment um die Querschnittsachse

$$M_U = F_{1U} \cdot f_U + F_{2U} (c_2 - f_U)$$

$$\text{Bruchverformung } \varepsilon_{1U} \quad (\text{Verkürzung negativ})$$

c_2 ist ein fester Abstand zwischen den äußeren Kräften F_1 und F_2 (siehe auch Bild 4).

Das Verhältnis $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ zwischen den Randdehnungen, und somit die Höhe der Biegedruckzone, wurde innerhalb eines jeden Versuches annähernd konstant gehalten, von Versuch zu Versuch aber variiert zwischen den Grenzen $-3,5$ und $+1$. Als Bruch wurde jener Zustand definiert, bei dem die geometrische Summe aus

$$\text{bezogener Normalkraft } \frac{N}{bd\beta} \quad \text{und}$$

$$\text{bezogenem Moment } \frac{M}{bd^2\beta}$$

ein Maximum erreichte; das war in der Regel dann der Fall, wenn auch die bezogene Normalkraft selbst ihren Höchstwert angenommen hatte.

Bezugsgrößen sind die Querschnittsbreite b , die Querschnittsdicke d und die Prismenfestigkeit β . Letztere wurde als mittlere Bruchspannung der Versuche mit zentrischer Belastung ($\varepsilon_2/\varepsilon_1 \approx 1$) gewonnen. In Tabelle 1 sind die im Bruchzustand erreichten bezogenen Normalkräfte und Momente sowie die Druckrandverformungen wiedergegeben.

VERGLEICH ZWISCHEN VERSUCH UND THEORIE

Das für Stahlbeton international empfohlene Parabel-Rechteck-Diagramm ist in Bild 5 dargestellt. Die daraus theoretisch berechenbaren bezogenen Bruchschnittkräfte und Bruchverformungen sind in den folgenden Abschnitten den Versuchswerten gegenübergestellt. Zum Vergleich werden auch noch die aus einer linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung berechneten Größen betrachtet. Abweichungen zwischen Versuch und Theorie werden statistisch ausgewertet und diskutiert.

Aufnehmbare Normalkraft des unbewehrten Mauerwerks

Allgemein läßt sich aus einer gegebenen Spannungs-Dehnungs-funktion $\sigma(\varepsilon)$ die bezogene Normalkraft berechnen aus

$$\frac{N}{bd\beta} = \frac{1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{\sigma}{\beta} d\varepsilon \quad (1)$$

Setzt man für die untere Integrationsgrenze die Bruchverformung ε_{1U} , erhält man die im Bruchzustand aufnehmbare bezogene Normalkraft, deren Abhängigkeit vom Verhältnis $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ die Kurven in Bild 6 veranschaulichen. Die in das gleiche Bild eingezeichneten Punkte stammen aus den Versuchen. Schon augenscheinlich paßt das Parabel-

Rechteck-Diagramm besser zu den Versuchswerten. Eine statistische Auswertung der Differenzen

$$\Delta \frac{N_U}{bd\beta} = \left| \frac{N_U}{bd\beta} \right|_{\text{Theorie}} - \left| \frac{N_U}{bd\beta} \right|_{\text{Versuch}}$$

liefert die Zahlen in Tabelle 2.

Auf der Basis des Parabel-Rechteck-Diagrammes wird die aufnehmbare Normalkraft im Mittel richtig getroffen. Geht man jedoch von einem linearen σ - ε -Gesetz aus, unterschätzt man sie systematisch. Auch die zufälligen Abweichungen sind im letzten Fall deutlich größer, was eine schlechtere Formanpassung der Kurve an die Versuchspunkte dokumentiert.

Aufnehmbares Moment des unbewehrten Mauerwerks

Analog zum vorigen Abschnitt wird nun das theoretische bezogene Bruchmoment

$$\frac{M_U}{bd^2\beta} = \frac{1}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} \left(\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{\sigma}{\beta} \varepsilon d\varepsilon - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{\sigma}{\beta} d\varepsilon \right) \quad (2)$$

mit den Versuchswerten in Bild 7 verglichen. Der optische Eindruck wie auch die statistische Auswertung der Differenzen

$$\Delta \frac{M_U}{bd^2\beta} = \left| \frac{M_U}{bd^2\beta} \right|_{\text{Theorie}} - \left| \frac{M_U}{bd^2\beta} \right|_{\text{Versuch}}$$

in Tabelle 3 zeigen, daß zumindest bei großen Exzentrizitäten (kleine $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ -Werte) die Versuchswerte von der Theorie in jedem Falle unterschätzt werden, obgleich weniger auf der Basis der parabolischen σ - ε -Beziehung.

Es überrascht, daß der Versuch im Durchschnitt größere Momente erbringt als die auf parabolischer σ - ε -Beziehung fußende Theorie, da doch die Normalkräfte im Durchschnitt fast genau mit der gleichen Theorie übereinstimmen. Das läßt sich vielleicht damit erklären, daß sich das Steinmaterial wegen der Löcher an den Querschnittsrändern konzentriert.

Bruchverformung

Die Verformbarkeit des Druckrandes sinkt mit abnehmender Lastexzentrizität. Aufgrund dieser Erfahrung bei Beton nutzt man im Bereich $0 \leq \varepsilon_2/\varepsilon_1 \leq 1$ den waagrechten Ast des Parabel-Rechteck-Diagrammes nicht mehr voll aus; man läßt die Bruchverformung nach dem Gesetz

$$\varepsilon_{1U} = -0,0035 + 0,75 \cdot \varepsilon_2 \quad (3)$$

dem Betrag nach abnehmen, so daß für zentrische Belastung $\varepsilon_{1U} = \varepsilon_{2U} = 0,002$ wird.

Die an den Mauerwerksprismen beobachteten Bruchverformungen sind in Bild 8 über $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ aufgetragen und der für Beton üblichen Annahme (ausgezogene Linie) gegenübergestellt. Wie zu erwarten, ist das Mauerwerk weniger verformbar, also spröder als Beton. Die Differenz

$$\Delta \varepsilon_{1U} = |\varepsilon_{1U}|_{\text{Beton}} - |\varepsilon_{1U}|_{\text{Mauerwerk}} \quad (4)$$

beträgt im Mittel aus 24 Einzelwerten 0,64 ‰ mit einer Standardabweichung von $\pm 0,50$ ‰.

Interaktion des bewehrten Mauerwerks

Die in den vorangegangenen Abschnitten an unbewehrten Prismen angestellten Vergleiche zwischen theoretischen und im Versuch beobachteten Traglasten und Verformungen lassen noch keinen unmittelbaren Schluß auf das Tragverhalten des bewehrten Mauerwerks zu. Das Versuchsergebnis stimmt im Durchschnitt bei der Normalkraft genau mit der Theorie überein, während es beim Moment günstiger, bei der Bruchverformung aber ungünstiger ist.

Um zu einer schlüssigen Aussage zu gelangen, wird nun einerseits aus den Versuchswerten, andererseits aus der theoretischen σ - ϵ -Beziehung ein Interaktionsdiagramm für ein mittelstark bewehrtes Mauerwerk erstellt. Man muß zu diesem Zweck den beobachteten bzw. den nach Gleichung 1 und 2 berechneten bezogenen Normalkräften und Momenten die Anteile der Bewehrung hinzufügen. Mit den Bezeichnungen:

- \bar{N}_U, \bar{M}_U = Normalkraft und Moment des bewehrten Mauerwerks im Bruchzustand
 h = Abstand der Bewehrung vom Druckrand
 μ = Bewehrungsgrad (Quotient aus den Querschnittsflächen der Bewehrung und des Mauerwerkes)
 σ_{sU} = Stahlspannung im Bruchzustand
 E_s = Elastizitätsmodul der Bewehrung
 β_s = Streckgrenze der Bewehrung

erhält man

$$\frac{\bar{N}_U}{bd\beta} = \frac{N_U}{bd\beta} + \mu \cdot \frac{\sigma_{sU}}{\beta} \quad (5)$$

$$\frac{\bar{M}_U}{bd^2\beta} = \frac{M_U}{bd^2\beta} + \mu \cdot \frac{\sigma_{sU}}{\beta} \cdot \left(\frac{h}{d} - \frac{1}{2} \right), \quad (6)$$

wobei σ_{sU} aus der Dehnung ϵ_{sU} in Höhe der Bewehrung folgt (siehe auch Bild 9):

$$\epsilon_{sU} = \frac{h}{d} \cdot \epsilon_{2U} + \left(1 - \frac{h}{d} \right) \epsilon_{1U} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{sU} &= \epsilon_{sU} \cdot E_s & \text{für } \epsilon_{sU} \cdot E_s \leq \beta_s \\ \sigma_{sU} &= \beta_s & \text{für } \epsilon_{sU} \cdot E_s \geq \beta_s \end{aligned} \quad (8)$$

Jeder Versuch liefert einen Punkt in dem Interaktionsdiagramm Bild 10, das als ausgezogene Kurve die aus dem Parabel-Rechteck berechneten Werte zum Vergleich bietet. Trotz der Streuung ist zu sehen, daß sich die Versuchsergebnisse gut der rechnerischen Kurve anpassen. Um ein Maß für die Güte der Anpassung zu gewinnen, wird von jedem Versuchswert der Abstand Δ von der theoretischen Kurve in Richtung des Radiusvektors bestimmt. Diese Richtung entspricht einem verhältnismäßigen Anwachsen von Normalkraft und Moment.

Negative Δ -Werte besagen, daß die wirkliche Traglast von der Theorie unterschätzt wird und umgekehrt. Δ ist dimensionslos und als geometrische Summe bezogener Normalkräfte und Momente zu deuten. Im Mittel ergibt sich

Δ zu $-0,024$ mit einer Standardabweichung von $\pm 0,085$. Andere Bewehrungsgrade und Stahlgüten führen zu ähnlichen Ergebnissen.

SCHLUSSFOLGERUNGEN UND AUSBLICK

Die eingangs gestellte Frage, ob die im Stahlbetonbau übliche Parabel-Rechteck-Form der σ - ϵ -Funktion auch für bewehrtes Mauerwerk geeignet ist, kann zumindest für das bislang untersuchte Kalksandstein-Mauerwerk bejaht werden. Systematische Abweichungen zwischen der im Versuch beobachteten Traglast und der rechnerischen sind, wenn überhaupt vorhanden, so klein, daß sie von der Streuung verdeckt werden. Der kleine Unterschied, der sich im Mittelwert $\bar{\Delta} = -0,024$ ausdrückt, könnte durch Anhebung der Rechenfestigkeit β auf 106 % der Prismenfestigkeit beseitigt werden; hiervon wird aber sicherheitshalber abgesehen. Damit ist auch die Frage nach der anzusetzenden Rechenfestigkeit beantwortet. Allerdings sind noch einige zusätzliche Gesichtspunkte zu beachten. Bezugsfestigkeit war bei allen vorangegangenen Betrachtungen die Prismenfestigkeit bei der gleichen Beanspruchungsrichtung, in der die Biegedruckkraft im bewehrten Mauerwerk wirkt. Diese Festigkeit betrug $6,59 \text{ N/mm}^2$ bei Kraftangriff parallel zur Lagerfuge, also senkrecht zu den Löchern in den Mauersteinen. Senkrecht zur Lagerfuge betrug die Mauerwerksfestigkeit $12,0 \text{ N/mm}^2$; in der Regel ist nur diese letztere Festigkeit bekannt und durch genormte Versuche bestimmbar. Man wird deshalb bestrebt sein, stets von dieser "Normenfestigkeit" auszugehen und abweichende Kraft-richtung durch geeignete Abminderungsbeiwerte zu berücksichtigen. Im vorliegenden Fall beträgt der Faktor $\frac{6,59}{12,0} = 0,55$. Er ist begreiflicherweise günstiger als beim Stein selbst $\left(\frac{6,7}{17,6} = 0,38 \right)$.

Da eine Langzeitbelastung die Festigkeit reduziert, muß nach⁵ die Rechenfestigkeit nochmal auf etwa 80 % abgemindert werden. Zusammenfassend kann aus den bisherigen Versuchen folgendes Fazit gezogen werden:

- Die im Stahlbetonbau angewendete Bemessungsmethode für Biegung mit Längskraft, basierend auf dem Parabel-Rechteck-Diagramm, paßt auch für bewehrtes Mauerwerk.
- Versuch und Rechnung stimmen am besten überein, wenn man die an prismatischen Kleinkörpern bestimmte Mauerwerksfestigkeit, erhöht mit dem Faktor 1,06, als Rechenfestigkeit ansetzt. Sicherheitshalber wird aber hier von einer Erhöhung abgesehen.
- Mit Rücksicht auf die Festigkeitsminderung durch den Einfluß der Dauerbelastung kann die Rechenfestigkeit zu 80 %* der Mauerwerksfestigkeit angesetzt werden, wenn die Biegedruckkraft in der gleichen Richtung wirkt wie bei der Festigkeitsbestimmung.

*In früheren Veröffentlichungen des Verfassers ist die Rechenfestigkeit so festgesetzt, daß die im Versuch ermittelte Traglast durch die Rechnung systematisch unterschätzt wird. Genaueres Anpassen führt zu den hier empfohlenen etwas höheren Rechenwerten.








— Wirkt die Biegedruckkraft senkrecht zu den Löchern, darf von der parallel zu den Löchern ermittelten Mauerwerksfestigkeit nur rund 45 %* als Rechenfestigkeit angesetzt werden. Der Einfluß der Dauerbelastung ist dabei schon berücksichtigt.

Ob diese von Versuchen an Kalksandsteinen abgeleiteten Schlußfolgerungen verallgemeinert werden dürfen, soll durch weitere Versuche mit anderen Mauerwerksarten untersucht werden, die bereits im Gange sind.

LITERATURHINWEISE:

1. "International Recommendations for Masonry Structures"; CIB Report, Publication 58
2. "Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung"; DIN 1045, Beuth-Verlag GmbH, Berlin-Köln
3. CEB-FIP Model Code, Band II
4. Uffe Petersen: "Armeret murværk — en bibliografi" Danmarks Ingeniørakademi, rapport 78:100, Juni 1978
5. J. Hierl und Ch. Rasch: "Die Dauerstandfestigkeit von Mauerwerk"; Berichte aus der Bauforschung, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1973
6. C. Zelger: "Tests on the Behaviour of the Compression Zone of Reinforced Masonry"; proceedings of the British Ceramic Society, No. 27 December 1978, Load-Bearing Brickwork (6), Shelton House, Stoke-on-Trent.

TABELLE 1—Versuchsergebnisse

Dehnungen		$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$	$\frac{N_U}{bd\beta}$	$\frac{M_U}{bd^2\beta}$	ϵ_{1U}
ϵ_2	ϵ_1				
—	—	—	—	—	—
		0,963 0,916	-1,063 -0,936	0,030 -0,005	-1,61 -1,40
		0,599 0,566	-0,948 -1,125	0,020 0,037	-1,88 -1,92
		0,175 0,059 0,059 0,000	-0,818 -0,925 -0,903 -0,721	0,032 0,111 0,115 0,087	-2,56 -2,51 -2,25 -2,39
		-0,238 -0,367 -0,450 -0,481 -0,545	-0,619 -0,454 -0,501 -0,585 -0,505	0,145 0,101 0,103 0,154 0,094	-2,88 -2,50 -2,44 -3,16 ¹⁾ -4,52 ¹⁾
		-0,896 -0,923 -0,928 -0,959 -1,069	-0,330 -0,432 -0,393 -0,337 -0,342	0,103 0,133 0,125 0,111 0,133	-2,40 -2,45 -2,83 -2,26 -1,99
		-1,967 -2,036 -2,098 -2,408	-0,325 -0,315 -0,316 -0,282	0,128 0,125 0,125 0,118	-3,17 -3,60 -3,18 -2,60
		-3,231 -3,523 -3,650	-0,220 -0,241 -0,242	0,093 0,103 0,106	-3,09 -4,24 -3,53

¹⁾ Dieser Wert ist überhöht, weil der Probekörper wegen einer Störung 2 mal zwischenentlastet werden mußte.

TABELLE 2—Mittelwert und Standardabweichung der Differenzen $\Delta \frac{N_U}{bd\beta}$ zwischen theoretisch und experimentell ermittelter Normalkraft im Bruchzustand (25 Versuche)





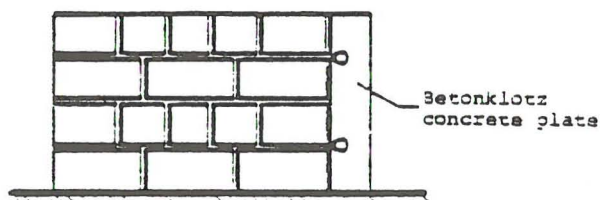
$\sigma(\epsilon)$		
Mittel	0,001	-0,167
Standardabweichung	$\pm 0,070$	$\pm 0,096$

TABELLE 3—Mittelwert und Standardabweichung der Differenzen $\Delta \frac{M_U}{bd^2\beta}$ zwischen theoretisch und experimentell ermittelten Momenten im Bruchzustand (25 Versuche)

$\sigma(\epsilon)$		
Mittel	-0,017	-0,030
Standardabweichung	$\pm 0,023$	$\pm 0,029$

Lage des Probekörpers beim Mauern
position in which the specimen was made



Lage des Probekörpers in der Prüfmaschine
position in the testing machine

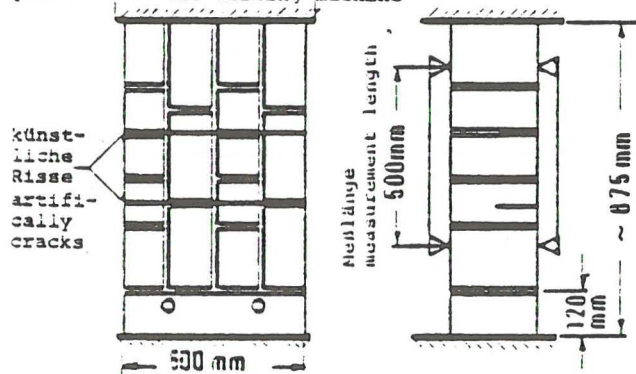


Bild 1. Probekörper
Prism specimen

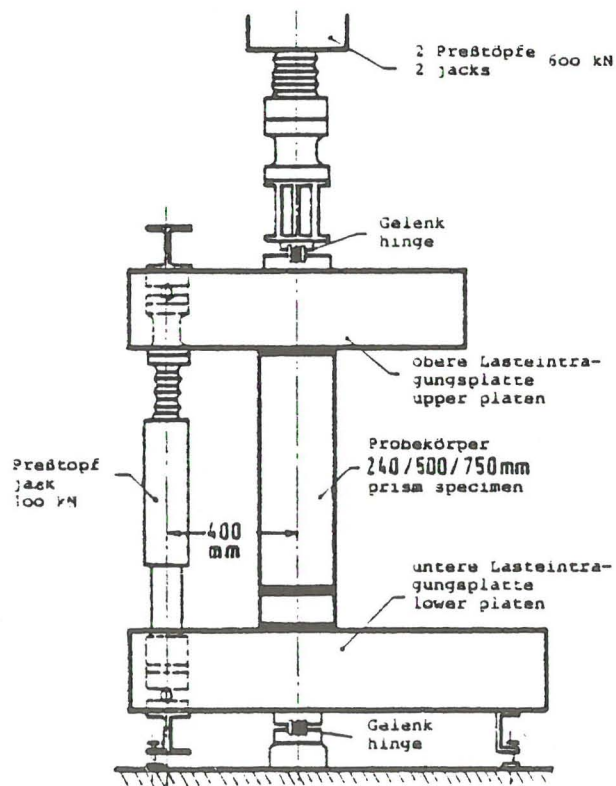


Bild 2. Versuchseinrichtung
Testing arrangement

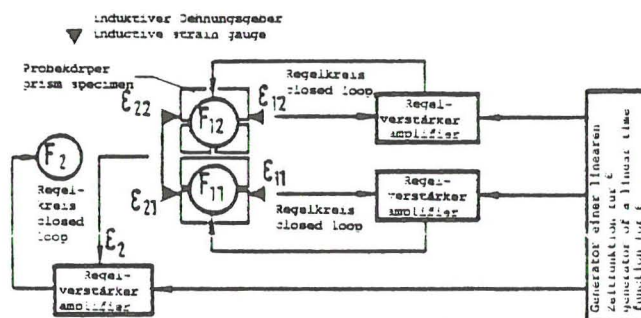
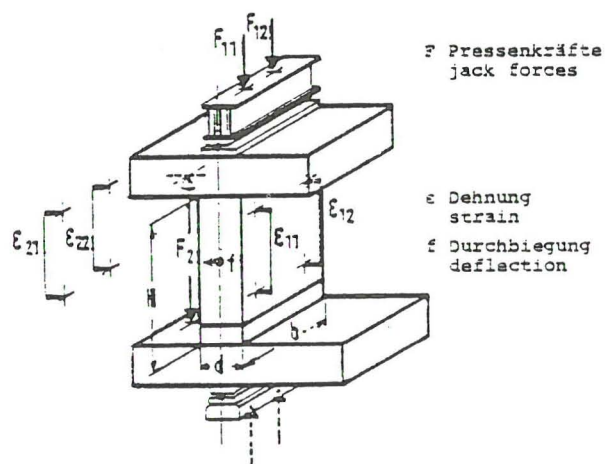


Bild 3. Regelung der Pressenkräfte F
Control of the jack forces F

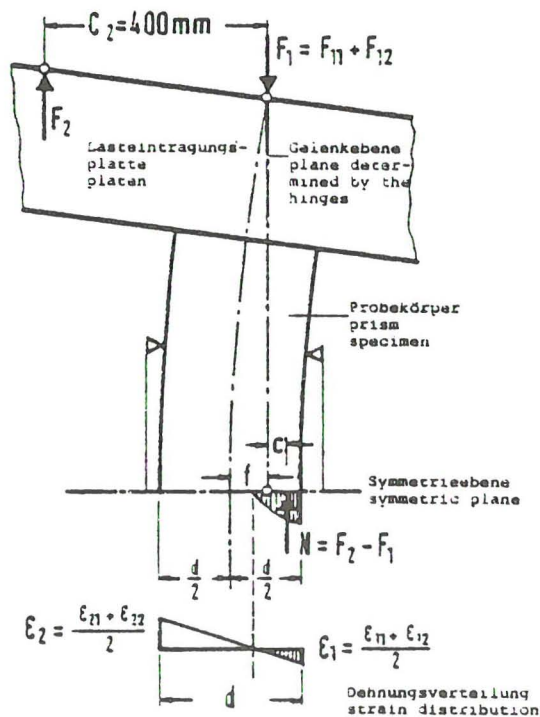


Bild 4. Verformtes Prisma mit angreifenden Kräften
Forces acting on the deformed prism specimen

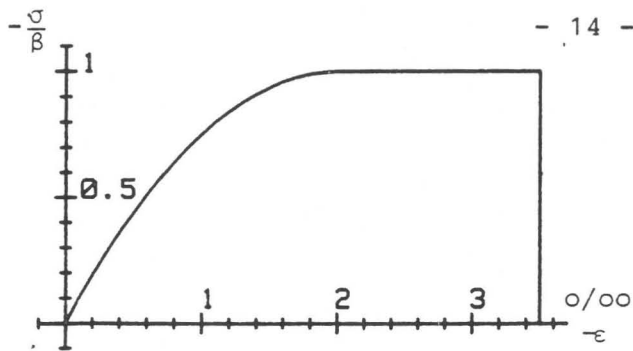


Bild 5. Parabel-Rechteck-Diagramm, idealisierte Spannungs-Dehnungs-Linie als Rechengrundlage
Idealized design stress strain relationship

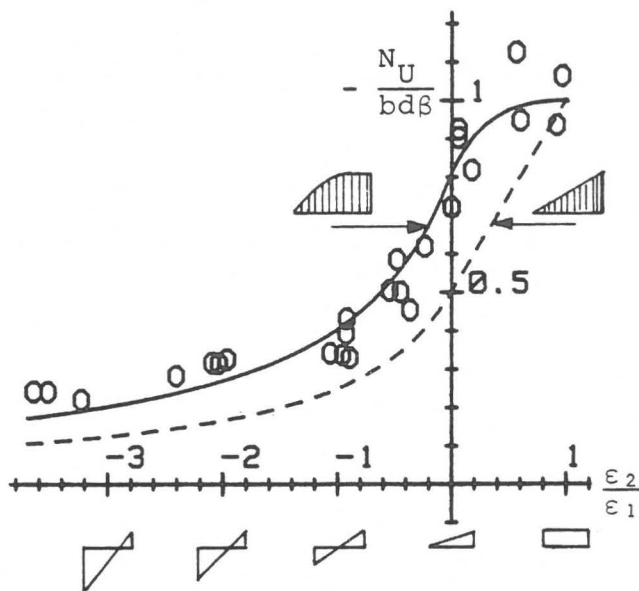


Bild 6. Normalkraft im Bruchzustand über ϵ_2/ϵ_1 . Vergleich zwischen Versuch und Theorie
Failure normal force versus ϵ_2/ϵ_1 . Comparison of experimental and theoretical results

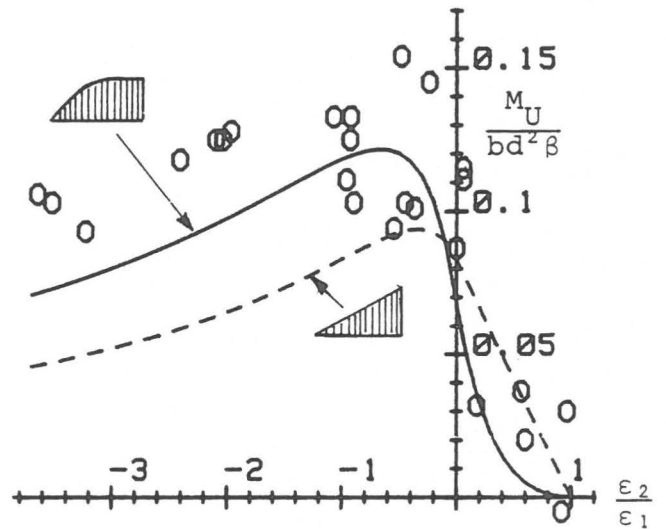


Bild 7. Bruchmoment. Vergleich zwischen Versuch und Theorie
Failure bending moment. Comparison of experimental and theoretical results

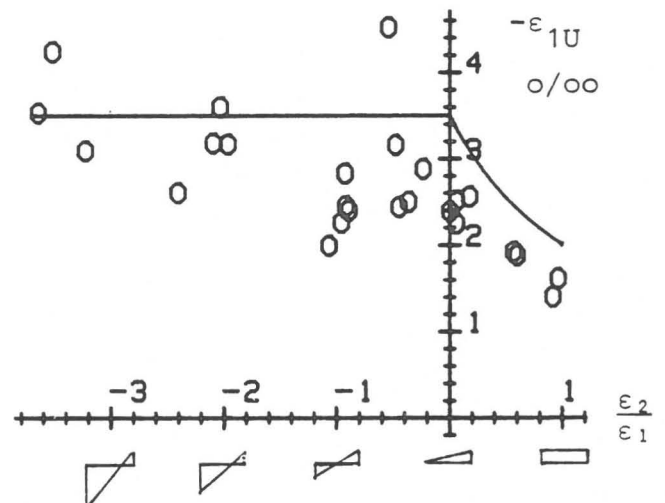


Bild 8. Bruchverformung des Mauerwerks im Vergleich zu den üblichen Annahmen für Beton
Ultimate masonry strain compared with the usual assumption for concrete

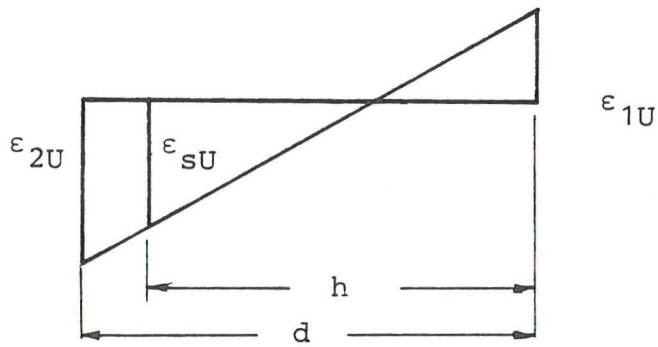


Bild 9. Dehnungsverteilung im bewehrten Prisma (s. Gleichung 7)
Strain distribution diagram of a prism with reinforcement (s. equ. 7)

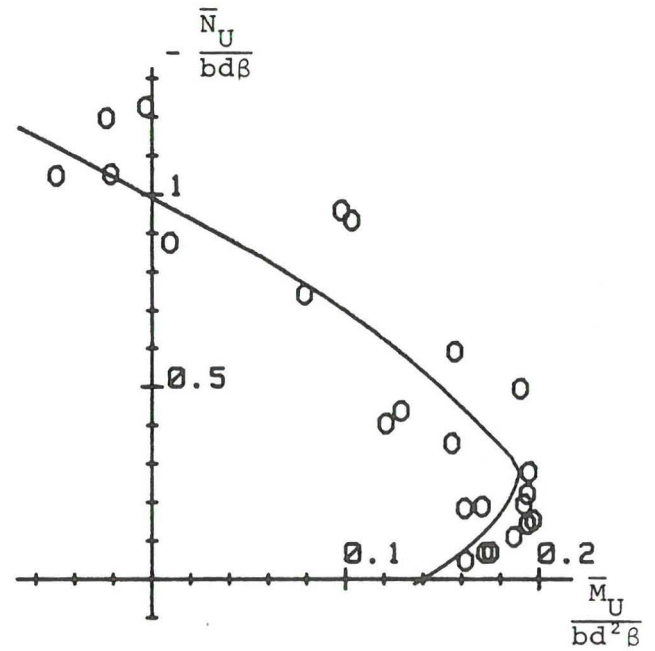


Bild 10. Interaktionsdiagramm für bewehrtes KSL-Mauerwerk
Interaction diagram for reinforced calcium silicate brick masonry