

Strutture in muratura in campo dinamico

(Behaviour of masonry under cyclic actions and seismic design)

M.D'ANSELMO - A.M.DE LEONARDIS - A.FUSILLI -

Istituto di Costruzioni, facoltà di Architettura di Pescara,
Italia.

Sommario - Si presenta un metodo per la determinazione dello stato di tensione e di deformazione nelle murature considerate come materiale non resistente a trazione e sottoposte ad azioni sismiche.

Abstract - Here we introduce a method to determine the stress and strain states in a masonry as no tension material under seismic loads.

I. PREMESSA

Le indagini sperimentali finora disponibili sulle strutture murarie non consentono ancora di formulare un modello di comportamento adeguato. Infatti la struttura, costituita da pietre o mattoni cementati o meno con malte, presenta nel suo complesso un comportamento meccanico non ancora ben definito, e solo grossolanamente assimilabile ad un continuo elastico ed isotropo.

Qui tuttavia, in sede di primo approccio al problema si assume ancora un modello omogeneo ed elastico lineare, con una determinata capacità di resistenza a compressione e con resistenza a trazione nulla.

Tali ipotesi semplificative, non certo conformi all'effettivo comportamento meccanico delle strutture in muratura, portano a soluzioni alquanto approssimate del problema.

Nella gran parte degli studi sulle murature il problema dell'equilibrio è stato studiato utilizzando metodi variazionali o iterativi; talvolta il problema è stato anche affrontato utilizzando modelli reticolari. [1] [2] [3]

Qui invece si propone come metodo di calcolo quello classico degli elementi finiti con spostamenti nodali quali parametri incogniti e con funzioni spostamento lineari.

Le equazioni risolvibili il problema sono quelle differenziali dell'equilibrio dinamico discretizzate mediante il metodo delle differenze finite.

Il metodo è fondato su procedimenti iterativi di calcolo:

- a) quando dall'analisi tensionale, relativa ad un certo intervallo Δt dell'accelerogramma, risulta una tensione principale di trazione in una cellula del continuo discretizzato, si introducono opportuni sistemi di autotensioni capaci di annullare la trazione stessa ridistribuendo le tensioni nella restante parte del continuo, in modo che risulti tutto compresso; (se a tanto non si perviene si riconosce la impossibilità di una soluzione);
- b) se si riesce per un intervallo Δt a determinare uno stato di

tensione tutto di compressione per il continuo, o per una parte di esso, il procedimento deve essere iterato per i successivi intervalli di tempo.

In definitiva, si perviene ad una soluzione del problema solo quando in corrispondenza dell'ultimo intervallo Δt dell'accelerogramma si individua uno stato tensionale in tutte le cellule compatibile con le ipotesi iniziali ($\sigma \leq 0$).

2. PROCEDIMENTO

Si considera un pannello in muratura, di spessore costante t non resistente a trazione e supposto omogeneo, isotropo e a comportamento elastico lineare.

Per tale pannello si effettua una discretizzazione in elementi finiti di forma triangolare (fig.1); e si procede quindi alla formulazione dello stato di tensione e di deformazione in funzione degli spostamenti nodali.

Il modello, nell'ipotesi di funzioni spostamento lineari, è caratterizzato da uno stato tensionale costante in ogni elemento che facilita la verifica sul segno delle tensioni principali.

Facendo riferimento all'elemento generico triangolare (e),

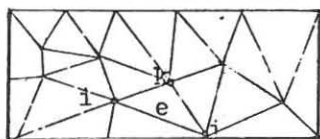


Fig.1 - Pannello murario discretizzato.

se con $\underline{\underline{\delta}}^e$ si indica il vettore degli spostamenti nodali, risulta

$$(1) \quad \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\delta}}^{(e)}$$

e:

$$(2) \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\delta}}^{(e)}$$

Risulta infine la matrice delle rigidezze per ogni singolo elemento:

$$(3) \quad \underline{\underline{K}}^{(e)} = \int_V \underline{\underline{B}}^t(e) \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}}^{(e)} dV.$$

La equazione che governa il problema dell'equilibrio dinamico per l'intera struttura è:

$$(4) \quad \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\delta}} + \underline{\underline{M}} \frac{\partial^2 \underline{\underline{\delta}}}{\partial x^2} = - \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{S}}}$$

ove $\underline{\underline{K}}$, $\underline{\underline{M}}$ e $\underline{\underline{\delta}}$ sono rispettivamente le super-matrici delle rigidezze e delle masse e il super-vettore degli spostamenti, $\underline{\underline{S}}$ è il vettore delle accelerazioni del terreno.

Tale equazione differenziale viene ridotta, con il metodo delle differenze finite alla forma lineare:

$$(4bis) \quad \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\delta}}(j) + \frac{1}{\Delta t^2} \left(\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\delta}}(j+1) - 2 \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\delta}}(j) + \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\delta}}(j-1) \right) = - \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{S}}}(j)$$

avendo discretizzato il periodo T in opportuni intervalli Δt .

La soluzione delle (4bis) consente di determinare i valori

degli spostamenti nodali ad un certo istante t :

$$(5) \quad \underline{\underline{u}}_{(j+1)} = -\Delta t^2 \ddot{\underline{\underline{S}}}_{(j)} - \left(\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} \Delta t^2 - 2 \underline{\underline{I}} \right) \underline{\underline{u}}_{(j)} - \underline{\underline{u}}_{(j-1)}$$

e da questi risalire mediante le (2), per l'istante considerato, allo stato tensionale di ogni elemento (e), quindi alle rispettive tensioni principali.

Si ripeterà l'analisi per un intervallo di tempo Δt successivo a quello iniziale solo se le tensioni principali siano risultate tutte di compressione o nulle; quando invece risultano tensioni principali di trazione almeno in un elemento, allora si rende necessaria la introduzione di un opportuno sistema di autotensioni capace di annullarle.

Tale sistema resta definito da:

$$(6) \quad \underline{\underline{G}}^* = \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}_{11} \\ \underline{\underline{G}}_{22} \\ \underline{\underline{G}}_{12} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} (\underline{\underline{G}}_I \alpha_{1I}^2 + \underline{\underline{G}}_{II} \alpha_{1II}^2) \\ (\underline{\underline{G}}_I \alpha_{2I}^2 + \underline{\underline{G}}_{II} \alpha_{2II}^2) \\ (\underline{\underline{G}}_I \alpha_{1I} \alpha_{2I} + \underline{\underline{G}}_{II} \alpha_{1II} \alpha_{2II}) \end{bmatrix}$$

ove naturalmente si porrà $\underline{\underline{G}}_I$ o $\underline{\underline{G}}_{II}$ pari a 0 se di compressione, mentre le forze nodali corrispondenti sono:

$$(7) \quad \underline{\underline{F}}^*(e) = \int_V \underline{\underline{B}}^t \underline{\underline{G}}^*(e) dV(e)$$

In tal modo si evita di modificare la matrice delle rigidezze del continuo.

Il calcolo degli spostamenti nodali dell'intera struttura conseguenti a tali nuove forze nodali, conduce ad un nuovo stato tensionale che per l'elemento prima considerato non sarà in genere nullo; da qui la necessità di iterare il procedimento.

Lo stato tensionale definitivo del continuo è dunque somma di quello iniziale e di quelli corrispondenti ai sistemi di autotensioni introdotti.

La ridistribuzione delle tensioni attraverso l'introduzione del sistema di autotensioni può dar luogo sia a nuovi stati di trazione in elementi precedentemente compressi che a ritorni elastici per gli elementi già prima investiti da sollecitazioni di trazione.

Nel primo caso si ripeterà il procedimento sopra descritto con altri stati di autotensioni fino a quando in tutti gli elementi lo stato tensionale risulterà di compressione o nullo.

Se ciò risulta impossibile, il problema non ammette soluzione; in caso contrario si continua l'analisi per i successivi intervalli di tempo Δt dell'accelerogramma di riferimento.

3. CONCLUSIONI

Il metodo qui studiato sembra agli autori di particolare rilievo; esso può apparire alquanto oneroso dal punto di vista computazionale, a causa della duplice serie di iterazioni su cui si

fonda, tuttavia appare abbastanza conveniente poiché consente di conservare costante sia la matrice delle rigidezze $[K]$ che quella delle masse $[M]$.

Gli autori si propongono di estendere tale analisi prevedendo per il materiale un comportamento elasto-plastico.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. e M. ROMANO: Sul calcolo delle strutture ad arco non resistenti a trazione - Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, 1979 - Università di Napoli, Facoltà di Ingegneria.
- [2] C.B. SAW : Finite element analysis of masonry walls on beams. Inter. Symp. on discrete methods in Engineering, Milano 1974.
- [3] C.A. ANSELMi, L. FINO: Un modello matematico per le strutture in muratura - VI Congresso ICOMOS, 1981.
- [4] O.C. ZIENKIEWICZ: The finite elements method in engineering science - London 1971.
- [5] J.H. ARGYRIS : Finite element linear and non linear analysis, methods and general purpose programs - Politecnico di Milano, Stresa 1975.
- [6] D.M. BIGGS : Introduction to structural dynamics - New York 1964.
- [7] H. SANDY : Discrete methods in some linear dynamic problems. Inter. Symp. on discrete methods in Engineering, Milano 1974.