

Statistische Auswertung von Druckversuchen an Mauerwerkskörpern in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen

Statistical evaluation of tests on masonry by potential functions

von

Prof. Dr.-Ing. W. Mann, Technische Hochschule Darmstadt, Deutschland

Zusammenfassung: Es wird eine Theorie entwickelt, nach der die statistischen Mittelwerte, die Streuung und die Fraktilewerte der Druckfestigkeit von Mauerwerk aus Versuchswerten als mathematische Funktionen in Abhängigkeit von den Variablen Steinfestigkeit und Mörtelfestigkeit in geschlossener Darstellung zu gewinnen sind. Die Auswertung von insgesamt 925 Versuchen nach dieser Theorie wird zahlenmäßig und in Form von Kurven dargestellt. Die Ergebnisse, z. B. die Formeln für die Wandfestigkeit, die Unterschiede infolge von Loch- und Vollsteinen, die Einflüsse der Steinmaterialien oder der Mörtelgüte, werden diskutiert.

Abstract: A theory is developed to determine the statistical average values, the deviation and the fractile values of the compressive strength of masonry walls from test results as mathematical functions dependent on the variables unit strength and mortar strength. The evaluation of a total of 925 tests according to this theory is given numerically and in the form of curves. The results, e. g. the equations of the wall strength and variations caused by perforated and solid units, as well as the influence of unit materials or mortar quality are discussed.

1. Einleitung

Die Auswertung von Druckversuchen an Prüfkörpern aus Mauerwerk hat zum Ziel, statistisch abgesicherte Aussagen über die Einflüsse auf die Druckfestigkeit von Mauerwerk zu gewinnen. Insbesondere interessiert der Zusammenhang zwischen der Druckfestigkeit des Mauerwerks und der Druckfestigkeit seiner Bestandteile Stein und Mörtel, da sich diese beiden Parameter einfacher bestimmen und überwachen lassen.

Im Zuge der Überarbeitung der Mauerwerksvorschriften wurde in [1] eine große Zahl von Versuchsergebnissen zusammengetragen und ausgewertet. Dabei zeigte sich als wesentliche Schwierigkeit, daß in der Regel nur jeweils 3 Versuchskörper mit gleichen Ausgangsstoffen geprüft wurden. Diese Zahl ist so gering, daß eine statistische Auswertung der einzelnen Versuchsreihe wenig Sinn hat. In [1] half man sich dadurch, daß mehrere Versuchsreihen zusammengefaßt und die Versuchsergebnisse über Näherungsformeln so umgerechnet wurden, daß sie denselben Ausgangswerten entsprachen, für die dann die statistische Auswertung durchgeführt werden konnte.

Im folgenden wird eine allgemeinere Form der Auswertung über geschlossene Funktionen entwickelt. Setzt man nämlich einen allgemeinen Zusammenhang zwischen den Festigkeiten von Stein, Mörtel und Mauerwerk voraus, dann muß es auch möglich sein, diesen Zusammenhang in einer mathematischen Funktion zu formulieren und die statistische Auswertung nicht für einen Einzelwert, sondern für diese Funktion durchzuführen. Aus dem Mittelwert \bar{z} einer Stichprobe wird so die Mittelwertfunktion $\bar{z}(x, y)$, die von der Steinfestigkeit x und der Mörtelfestigkeit y abhängt (Bild 1); entsprechend wird aus der Streuung s^2 die Streuungsfunktion $s^2(x, y)$, usw.

Der Vorteil dieser Auswertung mit geschlossenen Funktionen besteht darin, daß alle Werte einer Stichprobe auch bei stark unterschiedlichen Ausgangswerten x und y direkt in die Auswertung eingehen. Ein weiterer Vorteil ist darin zu sehen, daß auch diejenigen Bereiche von x und y , die zufällig nur von wenigen Versuchen abgedeckt sind, durch die Darstellung über Funktionen zuverlässiger beschrieben, also sozusagen überbrückt werden.

Den folgenden Untersuchungen wird die logarithmische Normalverteilung zugrunde gelegt, die das Baustoffverhalten erfahrungsgemäß am besten beschreibt. Daneben wird auch die einfache Normalverteilung behandelt. Die Funktionen werden durch Optimierung nach dem Prinzip des Fehlerquadrat-Minimums gewonnen.

2. Bezeichnungen

i	laufende Nummer der Werte einer Stichprobe
n	Anzahl der Werte einer Stichprobe
j	Nummer einer beliebigen Probe

Versuchswerte:

$\beta_{S,i}$; $\beta_{M,i}$; $\beta_{W,i}$ Druckfestigkeit der Steine, des Mörtels und der Wand
(= Mauerwerk) des Versuchskörpers i in N/mm^2

Rechenwerte:

$x_i = c_{1,i} \cdot \beta_{S,i}$; $y_i = c_{2,i} \cdot \beta_{M,i}$; $z_i = c_{3,i} \cdot \beta_{W,i}$ Korrigierte Druckfestigkeit der Steine, des Mörtels und der Wand (= Mauerwerk) des Versuchskörpers i in N/mm^2

Statistische Werte:

$\bar{z}_i = \bar{z}(x_i, y_i)$ Statistischer Mittelwert der Wandfestigkeit an der Stelle
 $x = x_i$ und $y = y_i$

$\bar{s}^2(x, y)$; $\bar{s}^2(x, y)$ Streuungsfunktion der Stichprobe bei Normal- bzw. bei log-Normalverteilung

$\bar{\sigma}^2(x, y)$; $\bar{\sigma}^2(x, y)$ Streuungsfunktion der Grundgesamtheit bei Normal- bzw. bei log-Normalverteilung

$\bar{\sigma}(x, y)$; $\bar{\sigma}(x, y)$ Standardabweichung der Grundgesamtheit bei Normal- bzw. bei log-Normalverteilung

$\bar{v}(x, y)$; $\bar{v}(x, y)$ Variationskoeffizient bei Normal- bzw. bei log-Normalverteilung

$\bar{z}_\varepsilon(x, y)$; $\bar{z}_\varepsilon(x, y)$ Fraktilwert der Wandfestigkeit bei Normal- bzw. bei log-Normalverteilung

3. Ausgangswerte einer Stichprobe und ihre Korrektur

Die Druckfestigkeit der verwendeten Steine β_S , des Mörtels β_M und der geprüften Wand β_W sind den Versuchsprotokollen zu entnehmen. Wenn auch β_W vorwiegend von β_S und β_M abhängt, so sind doch noch mehrere andere Einflüsse wirksam, z. B. Form, Schlankheit und Verband des Prüfkörpers, Art der Lastaufbringung, Art und Form der Steine oder Art und Dicke der Mörtelfuge. Falls es nicht möglich ist, diese Einflüsse zahlenmäßig zu erfassen, stellen sie systematische Fehler dar, die bei der statistischen Auswertung die Streuung der Stichprobe vergrößern. Aus diesem Grund ist anzustreben, systematische Fehler durch Korrektur der Ausgangswerte nach Möglichkeit auszuschneiden. Grundlage der Auswertung sind

somit die korrigierten Festigkeitswerte einer Stichprobe $i = 1$ bis n , nämlich

$$x_i = c_{1,i} \cdot \beta_{S,i}; \quad y_i = c_{2,i} \cdot \beta_{M,i}; \quad z_i = c_{3,i} \cdot \beta_{W,i} \quad (1)$$

In C_1 könnte z. B. das Format der Steine, der Formfaktor also, eingehen;

C_2 könnte die Art der Mörtelfuge und C_3 die Schlankheit des Prüfkörpers erfassen

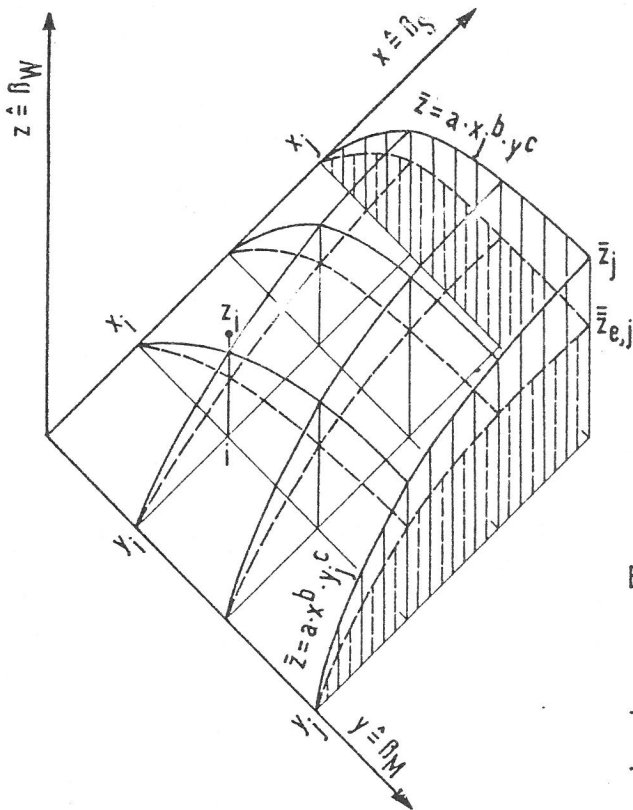


Bild 1 : Darstellung der Parameter

- Versuchswert $z_i = z(x_i, y_i)$
- Mittelwertfläche $\bar{z} = a \cdot x^b \cdot y^c$
- Fraktilewertfläche $\bar{z}_e = \exp(\ln \bar{z} - k\bar{\sigma})$

4. Näherungsfunktion durch Fehlerquadrat-Minimum

Vorerst wird das Prinzip der Optimierung durch Fehlerquadrat-Minimum allgemein dargestellt.

Werte w seien abhängig von Variablen u und v . Die Art der Abhängigkeit soll als mathematische Funktion $w = w(u, v)$ dargestellt werden. Sind als Anhalt dafür einzelne Wertepaare $w_i(u_i, v_i)$ bekannt, so läßt sich eine Näherungsfunktion $\bar{w}(u, v)$ über die Methode des Fehlerquadrat-Minimums bestimmen. In dem Ansatz

$$\bar{w}(u, v) = a \cdot f(u, v) + b \cdot g(u, v) + c \cdot h(u, v) \quad (2)$$

sind f , g und h sinnvoll zu wählende Näherungsfunktionen; a , b und c sind Koeffizienten, die so zu bestimmen sind, daß die Summe Δ der Quadrate aller Fehler gegenüber den vorgegebenen Werten w_i minimal wird:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n [a \cdot f(u_i, v_i) + b \cdot g(u_i, v_i) + c \cdot h(u_i, v_i) - \bar{w}(u_i, v_i)]^2 \quad (3)$$

Die Ableitung ist hier auf 3 Funktionen beschränkt, da auch im folgenden mit 3 Funktionen gerechnet wird; sie kann jedoch beliebig erweitert werden.

Δ wird minimal, indem die partiellen Ableitungen von Δ nach a, b und c Null gesetzt werden. Daraus folgen die Bestimmungsgleichungen für a, b und c, in denen der Einfachheit halber $f(u_i, v_i) = f_i$ bezeichnet wird; entsprechend gilt für g_i und h_i :

$$a \cdot \sum (f_i)^2 + b \cdot \sum (f_i \cdot g_i) + c \cdot \sum (f_i \cdot h_i) = \sum (f_i \cdot w_i) \quad (4a)$$

$$a \cdot \sum (g_i \cdot f_i) + b \cdot \sum (g_i)^2 + c \cdot \sum (g_i \cdot h_i) = \sum (g_i \cdot w_i) \quad (4b)$$

$$a \cdot \sum (h_i \cdot f_i) + b \cdot \sum (h_i \cdot g_i) + c \cdot \sum (h_i)^2 = \sum (h_i \cdot w_i) \quad (4c)$$

Die Lösungen a, b und c in (2) eingesetzt ergeben die Näherungsfunktion \bar{w} .

5. Statistische Mittelwertfunktion der Wandfestigkeit

Es ist ohne weiteres einsichtig, daß die Wandfestigkeit z mit wachsender Festigkeit der Steine x und des Mörtels y ebenfalls wächst und daß sowohl am Grenzwert $x = 0$ als auch am Grenzwert $y = 0$ ebenfalls $z = 0$ sein muß. Diesen Bedingungen genügt der Ansatz für die Mittelwertfunktion

$$\bar{z}(x, y) = a \cdot x^b \cdot y^c \quad (5)$$

in dem a, b und c noch zu bestimmende Koeffizienten sind (siehe Bild1).

Um (5) in die Form von (2) zu bringen, wird gemäß [2] logarithmiert:

$$\ln \bar{z} = \ln a + b \cdot \ln x + c \cdot \ln y \quad (6)$$

Die Konstanten a, b und c ergeben sich durch Optimierung von $\ln z$, indem in (4) $f = 1$, $g = \ln x$, $h = \ln y$ und $\bar{w} = \ln \bar{z}$ gesetzt wird und a in $\ln a$ übergeht:

$$\ln a \cdot n + b \cdot \sum (\ln x_i) + c \cdot \sum (\ln y_i) = \sum (\ln z_i) \quad (7a)$$

$$\ln a \cdot \sum (\ln x_i) + b \cdot \sum (\ln x_i)^2 + c \cdot \sum (\ln x_i \cdot \ln y_i) = \sum (\ln x_i \cdot \ln z_i) \quad (7b)$$

$$\ln a \cdot \sum (\ln y_i) + b \cdot \sum (\ln x_i \cdot \ln y_i) + c \cdot \sum (\ln y_i)^2 = \sum (\ln y_i \cdot \ln z_i) \quad (7c)$$

Die Lösung des Gleichungssystems liefert a, b und c und damit die Mittelwertfunktion $\bar{z}(x, y)$ nach (5).

6. Streuungs-Funktion

6.1. Streuungsfunktion der Stichprobe und der Grundgesamtheit

Die Streuung einer Stichprobe um den Mittelwert \bar{x} ist definiert zu

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \quad (9)$$

Die Streuung der Grundgesamtheit ist dann der Schätzwert

$$\sigma^2 = s^2 \cdot \frac{n}{n-1} \quad (10)$$

Analog dazu wird die Streuungsfunktion $s^2(x, y)$ der Stichprobe um die Mittelwertfunktion $\bar{z}(x, y)$ nach der Methode des Fehlerquadrat-Minimums bestimmt. Da die Mittelwertfunktion durch 3 Koeffizienten festgelegt ist, lautet in diesem Fall der Schätzwert der Streuungsfunktion

$$\sigma^2(x, y) = s^2(x, y) \cdot \frac{n}{n-3} \quad (11)$$

6.2. Streuungsfunktion bei Normalverteilung

Die Streuungsfunktion $s^2(x, y)$ wird in Abhängigkeit von der Wandfestigkeit \bar{z} mit folgendem Ansatz angenähert:

$$\bar{s}^2(x, y) = \bar{s}^2(\bar{z}) = \bar{a} + \bar{b} \cdot \bar{z} + \bar{c} \cdot \bar{z}^2 \quad (12)$$

Die Summe Δ der Quadrate aller Fehler zwischen den vorgegebenen Fehlerquadraten $(z_i - \bar{z}_i)^2$ und der Streuungsfunktion \bar{s}^2 lautet:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n [\bar{a} + \bar{b} \cdot \bar{z}_i + \bar{c} \cdot \bar{z}_i^2 - (\bar{z}_i - \bar{z}_i)^2]^2 \quad (13)$$

Die Bedingungsgleichungen für \bar{a} , \bar{b} und \bar{c} folgen aus der Optimierung analog zu (4):

$$\bar{a} \cdot n + \bar{b} \cdot \sum \bar{z}_i + \bar{c} \cdot \sum (\bar{z}_i)^2 = \sum [(\bar{z}_i - \bar{z}_i)^2] \quad (14a)$$

$$\bar{a} \cdot \sum \bar{z}_i + \bar{b} \cdot \sum (\bar{z}_i)^2 + \bar{c} \cdot \sum (\bar{z}_i)^3 = \sum [\bar{z}_i \cdot (\bar{z}_i - \bar{z}_i)^2] \quad (14b)$$

$$\bar{a} \cdot \sum (\bar{z}_i)^2 + \bar{b} \cdot \sum (\bar{z}_i)^3 + \bar{c} \cdot \sum (\bar{z}_i)^4 = \sum [\bar{z}_i^2 \cdot (\bar{z}_i - \bar{z}_i)^2] \quad (14c)$$

Es sei darauf hingewiesen, daß für den Sonderfall $\bar{z}_i = \text{const} = \bar{z}$, $\bar{a} = s^2$ und $\bar{b} = \bar{c} = 0$ Gleichung (14a) in (9) übergeht.

Für die Grundgesamtheit gilt (11) mit (12):

$$\bar{\sigma}^2(\bar{z}) = \frac{n}{n-3} \cdot \bar{s}^2(\bar{z}) \quad (15)$$

Dieser Ansatz wird nicht weiter verfolgt, da log-Normal-Verteilung vorausgesetzt ist.

6.3. Streuungsfunktion bei logarithmischer Normalverteilung

Bei log-Normal-Verteilung wird angenommen, daß nicht die Werte z der Grundgesamtheit, sondern ihre Logarithmen $\ln z$ normalverteilt sind. Folglich ist in (12) bis (15) jeweils z durch $\ln z$ zu ersetzen.

Entsprechend ist die Streuung s^2 der $\ln z$ als Funktion von $\ln \bar{z}$ angenähert:

$$\bar{s}^2(x, y) = \bar{s}^2(\ln \bar{z}) = \bar{a} + \bar{b} \cdot \ln \bar{z} + \bar{c} \cdot (\ln \bar{z})^2 \quad (16)$$

Die Summe der Fehlerquadrate zwischen Streuungsfunktion und tatsächlichen Fehlerquadraten lautet dann:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n [\bar{a} + \bar{b} \cdot \ln \bar{z}_i + \bar{c} \cdot (\ln \bar{z}_i)^2 - (\ln \bar{z}_i - \ln \bar{z}_i)^2]^2 \quad (17)$$

Durch Optimierung folgen die Bedingungsgleichungen für \bar{a} , \bar{b} und \bar{c} gemäß (4):

$$\bar{a} \cdot n + \bar{b} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i) + \bar{c} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^2 = \sum [(\ln \bar{z}_i - \ln \bar{z}_i)^2] \quad (18a)$$

$$\bar{a} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i) + \bar{b} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^2 + \bar{c} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^3 = \sum [\ln \bar{z}_i \cdot (\ln \bar{z}_i - \ln \bar{z}_i)^2] \quad (18b)$$

$$\bar{a} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^2 + \bar{b} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^3 + \bar{c} \cdot \sum (\ln \bar{z}_i)^4 = \sum [(\ln \bar{z}_i)^2 \cdot (\ln \bar{z}_i - \ln \bar{z}_i)^2] \quad (18c)$$

Für die Grundgesamtheit gilt wieder der Schätzwert

$$\bar{\sigma}^2(\ln \bar{z}) = \frac{n}{n-3} \cdot \bar{s}^2(\ln \bar{z}) \quad (19)$$

7. Funktion der Standardabweichung und des Variationskoeffizienten

An beliebiger Stelle j ist die Standardabweichung der Grundgesamtheit $\sigma_j = \sqrt{\bar{\sigma}_j^2}$ und der Variationskoeffizient $v_j = \frac{\sigma_j}{\bar{z}_j}$

Bei Normalverteilung lautet so die Standardabweichung v_j :

$$\bar{v}_j = \frac{\bar{\sigma}_j}{\bar{z}_j} = \frac{1}{\bar{z}_j} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-3}} \cdot \sqrt{\bar{a} + \bar{b} \cdot \ln \bar{z}_j + \bar{c} \cdot (\ln \bar{z}_j)^2} \quad (20)$$

mit $\bar{z}_j = a \cdot x_j^b \cdot y_j^c$ nach (5a).

Bei logarithmischer Normalverteilung ist die Standardabweichung an beliebiger Stelle j :

$$\bar{v}_j = \frac{\bar{\sigma}_j}{\ln \bar{z}_j} = \frac{1}{\ln \bar{z}_j} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-3}} \cdot \sqrt{\bar{a} + \bar{b} \cdot \ln \bar{z}_j + \bar{c} \cdot (\ln \bar{z}_j)^2} \quad (21)$$

mit $\ln \bar{z}_j = \ln a + b \cdot \ln x_j + c \cdot \ln y_j$ nach (6)

8. Funktion der Fraktilwerte

8.1. Fraktilwerte bei Normalverteilung

Der Schätzwert \bar{x}_ϵ der ϵ -Fraktile der Wandfestigkeit \bar{x} lautet:

$$\bar{x}_\epsilon = \bar{x} - k \cdot \bar{\sigma} \quad (22)$$

Hierin ist der Faktor k abhängig vom Stichprobenumfang n , der Fraktile ϵ und der Aussagewahrscheinlichkeit w . In [3] sind geschlossene Formeln für k angegeben, wobei vorausgesetzt ist, daß nur die Streuung der Stichprobe, nicht die Streuung der Grundgesamtheit bekannt ist. Für $\epsilon = 5\%$, $w = 95\%$ gilt

$$k = \frac{1,645}{1 - \frac{1,353}{n-1}} \cdot \left(1 + \frac{1,534}{\sqrt{n}}\right) \quad (23)$$

Mit diesem Wert wird im folgenden gerechnet.

8.2. Fraktilwerte bei logarithmischer Normalverteilung

Nach [4] ergibt sich der Schätzwert \bar{x}_ϵ der ϵ -Fraktile der Wandfestigkeit \bar{x} bei log-Normalverteilung aus

$$\ln \bar{x}_\epsilon = \ln \bar{x} - k \cdot \bar{\sigma} \quad (24a)$$

$$\bar{x}_\epsilon = e^{(\ln \bar{x} - k \cdot \bar{\sigma})} \quad (24b)$$

k ist wieder nach (23) zu bestimmen.

9. Anwendung der Theorie

9.1. Eingabewerte und Korrekturfaktoren

Zur Anwendung der Theorie wurden die in [1] mitgeteilten Versuchsergebnisse herangezogen. Außerdem stellten die Verfasser von [1] freundlicherweise weitere Versuchsergebnisse zur Verfügung, so daß insgesamt $n = 925$ Versuche ausgewertet werden konnten. Alle Versuche wurden im Hinblick auf die Steinart sortiert und mit Kennziffern versehen, die im elektronischen Programm beliebig abgerufen werden konnten.

Da z. Z. Formfaktoren für die Steine noch nicht allgemein üblich sind, wurde nach (1a) $C_1 = 1$ gesetzt. Auch für die Mörtelfuge ist z. Z. noch keine Korrektur üblich, so daß ebenfalls $C_2 = 1$ gilt. In diesen Punkten wären noch weitere Verbesserungen möglich. Die Schlankheit des Prüfkörpers wurde so berücksichtigt, daß die ungewollte Ausmitte f nach DIN 1053 Teil 2 für $\varphi = 0$ mit $f = \frac{h_k \cdot \lambda}{2400} \cdot (1+m)$ und die Schlankheit wegen der mindestens am Fußpunkt vorhandenen Einspannung zu $\bar{\lambda} = 0,75 \text{ h/d}$ angesetzt wurde. Hieraus folgt nach (1c) der Faktor $c_3 = 0,966 + 0,00136 \text{ (h/d)}^2$, wobei $c_3 = 1,0$ für $h/d = 5$ gewählt ist. Für $h/d = 10$ folgt z. B. $c_3 = 1,10$.

Es wird besonders darauf hingewiesen, daß die Werte $\beta_{S,i}$ und $\beta_{M,i}$ bzw. x_i und y_i gemessene Mittelwerte und nicht Fraktilwerte darstellen.

9.2. Rechenläufe

Die Auswertung erfolgte mit einem elektronischen Programm auf der Grundlage der logarithmischen Normalverteilung. Dabei wurde $\bar{a} = \bar{\alpha} = 0$ gesetzt, da bei Festigkeiten $\beta_S = \beta_M = 0$ theoretisch keine Streuung von β_W auftreten kann. Einige besonders interessante Ergebnisse sind zahlenmäßig in Tabelle 1 und graphisch in den Bildern 2 bis 6 gezeigt. Außerdem wurde für alle Versuche das Verhältnis z_i/\bar{z}_i und $z_i/\bar{z}_{E,i}$ ausgedruckt, um besonders herausfallende Versuche, also "Ausreißen", erkennen zu können. In allen untersuchten Stichproben lag die Zahl derjenigen Ergebnisse, die unter der 5 %-Fraktile lagen, zwischen 0 und 5 % der Versuchswerte.

TABELLE 1: Ergebnisse der statistischen Auswertung

Material	Steinart	n	Mittelwertfunktion $\bar{z} = a \cdot x^b \cdot y^c$			Streuung normalverteilt		Streuung log-normalverteilt	
			a	b	c	\bar{b}	\bar{c}	\bar{b}	\bar{c}
Gasbeton	GS	113	1,064	0,648	0,064	-0,189	0,079	-0,027	0,039
Leichtbeton	V	43	0,881	0,775	0,063	-0,103	0,038	0,022	-0,005
	Hb1	127	0,906	0,669	0,135	-0,523	0,179	0,016	0,012
	V + Hb1	185	0,787	0,767	0,128	-0,010	0,047	0,044	-0,010
Kalksandstein	KSV	196	1,111	0,618	0,180	0,257	0,038	0,084	-0,019
	KSL	72	0,936	0,636	0,096	-0,211	0,062	0,028	-0,005
	KS Hb1	34	0,870	0,751	0,011	0,116	0,001	0,023	-0,006
	KSV + KSL + KS Hb1	346	0,787	0,735	0,118	0,607	0,000	0,085	-0,023
	KSV hochfest	34	0,616	0,889	0,042	-0,090	0,015	0,021	-0,005
Ziegel	H1z	126	1,465	0,291	0,410	-0,240	0,075	0,046	-0,012
	H1z hochfest	71	0,294	0,829	0,299	0,686	-0,010	0,029	-0,007
Alle Versuche	alle Steine	925	0,834	0,664	0,181	0,731	0,009	0,079	-0,019

9.3. Diskussion der Ergebnisse

Aus den Zahlen und Bildern ergeben sich einige interessante Erkenntnisse.

1) Die Streuung der Versuche ist relativ groß. Das Verhältnis der Fraktilwerte zum Mittelwert \bar{z}_E/\bar{z} liegt i. A. zwischen 70 und 80 %, gelegentlich noch niedriger. Hier spiegeln sich offensichtlich die nicht korrigierten systematischen Fehler wider. Es ist zu erwarten, daß eine genauere Differenzierung der Steinarten und eine bessere Standardisierung der Prüfmethode auf einen Fraktilwert von ungefähr 80 % des Mittelwertes führen wird.

2) Vollsteine und Lochsteine gleicher Druckfestigkeit führen nicht auf die gleiche Wandfestigkeit. So beträgt der Mittelwert der Wand-Druckfestigkeit bei Wänden aus KSL nach Bild 5 nur 80 % der Wände aus KSV, bei Wänden aus Hb1 nach Bild 2 nur 90 % der Wände aus V. Offenbar wirkt sich hier die Verringerung der Steinzugfestigkeit durch die Lochung aus.

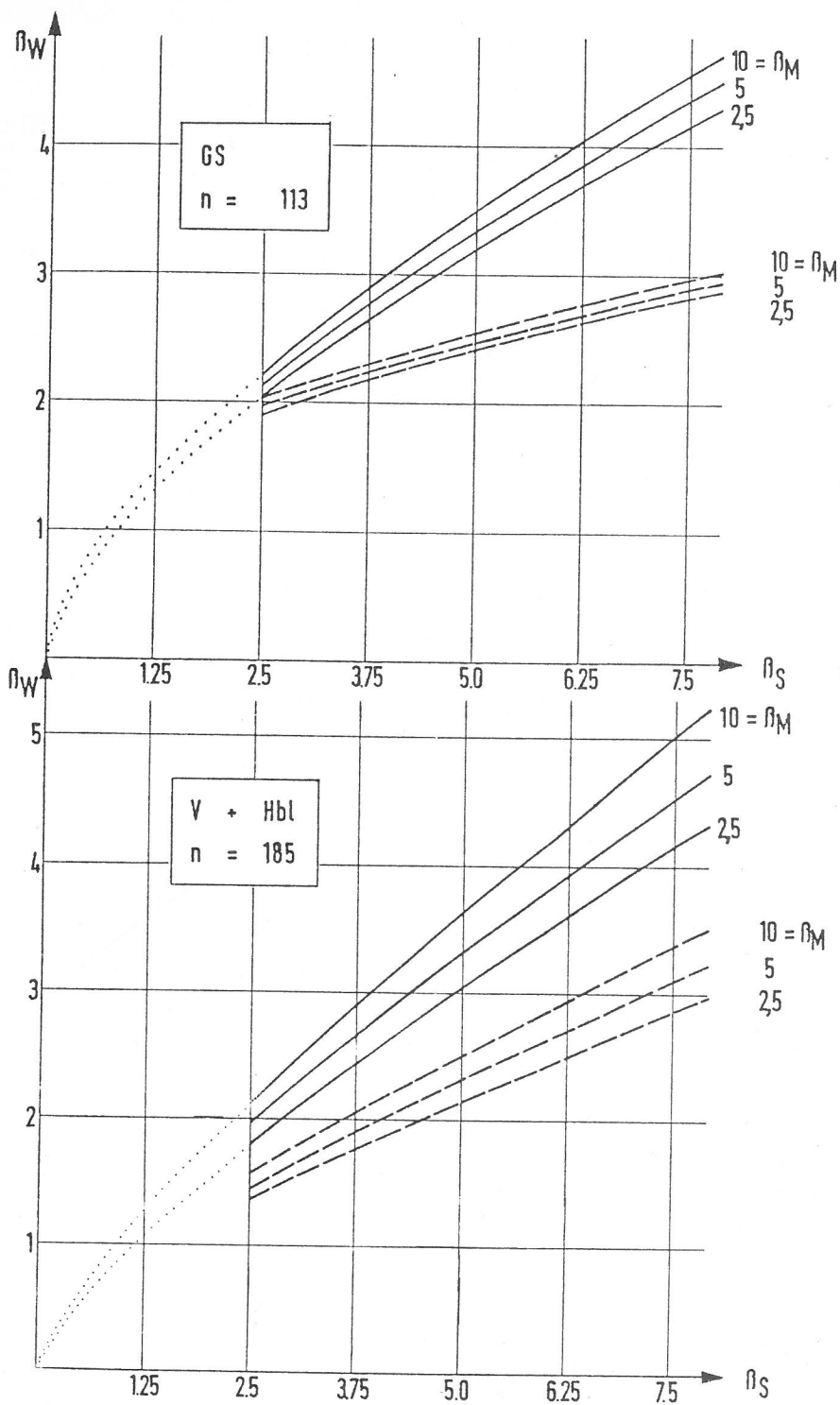


Bild 2 : Wandfestigkeit R_W in Abhängigkeit von Steinfestigkeit R_S (Mittelwert) und Mörtelfestigkeit R_M für Gasbeton (GS) und Leichtbeton-Vollsteine (V) und -Hohlblocksteine (Hbl)

3) Die Wanddruckfestigkeit ist auch vom Steinmaterial abhängig. Nach Bild 5 führen Steine gleicher Druckfestigkeiten aus KSL und Hlz nicht auf die gleiche Wandfestigkeit. Auffallend ist auch die unterschiedliche Neigung der Kurven. Unterschiede, allerdings geringerer Größe, sind ebenfalls auf Bild 3 erkennbar. Auch hier ist offenbar das unterschiedliche Verhältnis von Steindruck- zu Steinzugfestigkeit bei den verschiedenen Materialien die Ursache.

4) Der Einfluß der Mörteldruckfestigkeit auf die Wandfestigkeit ist geringer, als allgemein angenommen wird, und ist im übrigen auch vom Steinmaterial abhängig. So sind bei Gasbeton nach Bild 2 kaum Unterschiede, bei Leichtbeton nach Bild 2 nur geringe Unterschiede infolge der Mörtelfestigkeit erkennbar. Offenbar wirkt sich hier das große Steinformat und die ähnlichen Festigkeiten von Stein und Mörtel aus. Auch Kalksandsteine wirken relativ unabhängig von der Mörtelfestigkeit, lediglich Mauerziegel nach Bild 4 zeigen größere Unterschiede, offenbar auch hier ein Ausfluß des Verhältnisses von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit. Die gleiche Tendenz zeigt Bild 6 für hochfeste Steine.

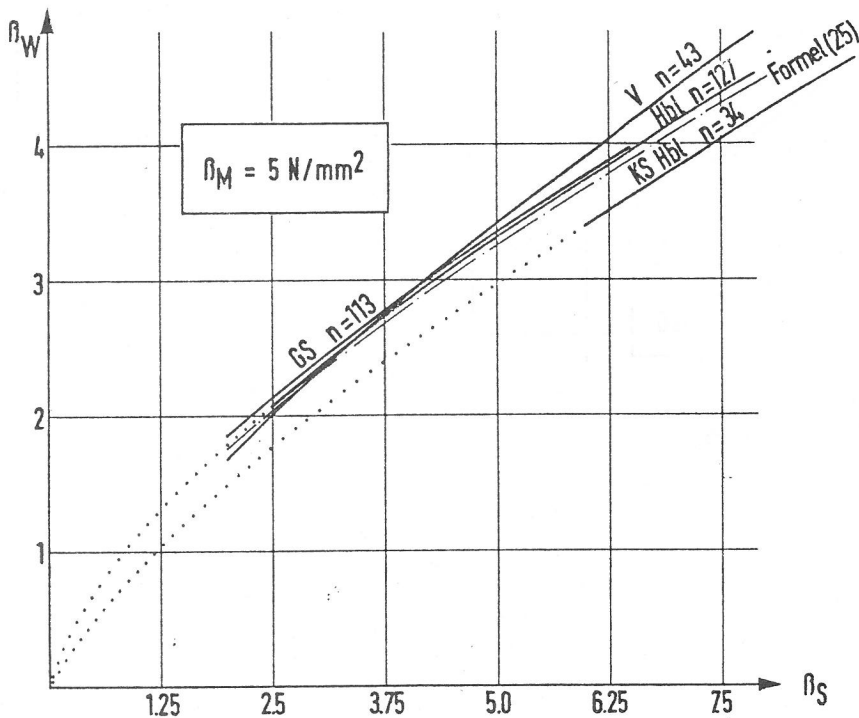


Bild 3 : Wandfestigkeit σ_W in Abhängigkeit von Steinfestigkeit σ_S (Mittelwert) für Mörtelfestigkeit $\sigma_M = 5$. Vergleich der Mittelwerte für verschiedene Steinarten. [N/mm^2]

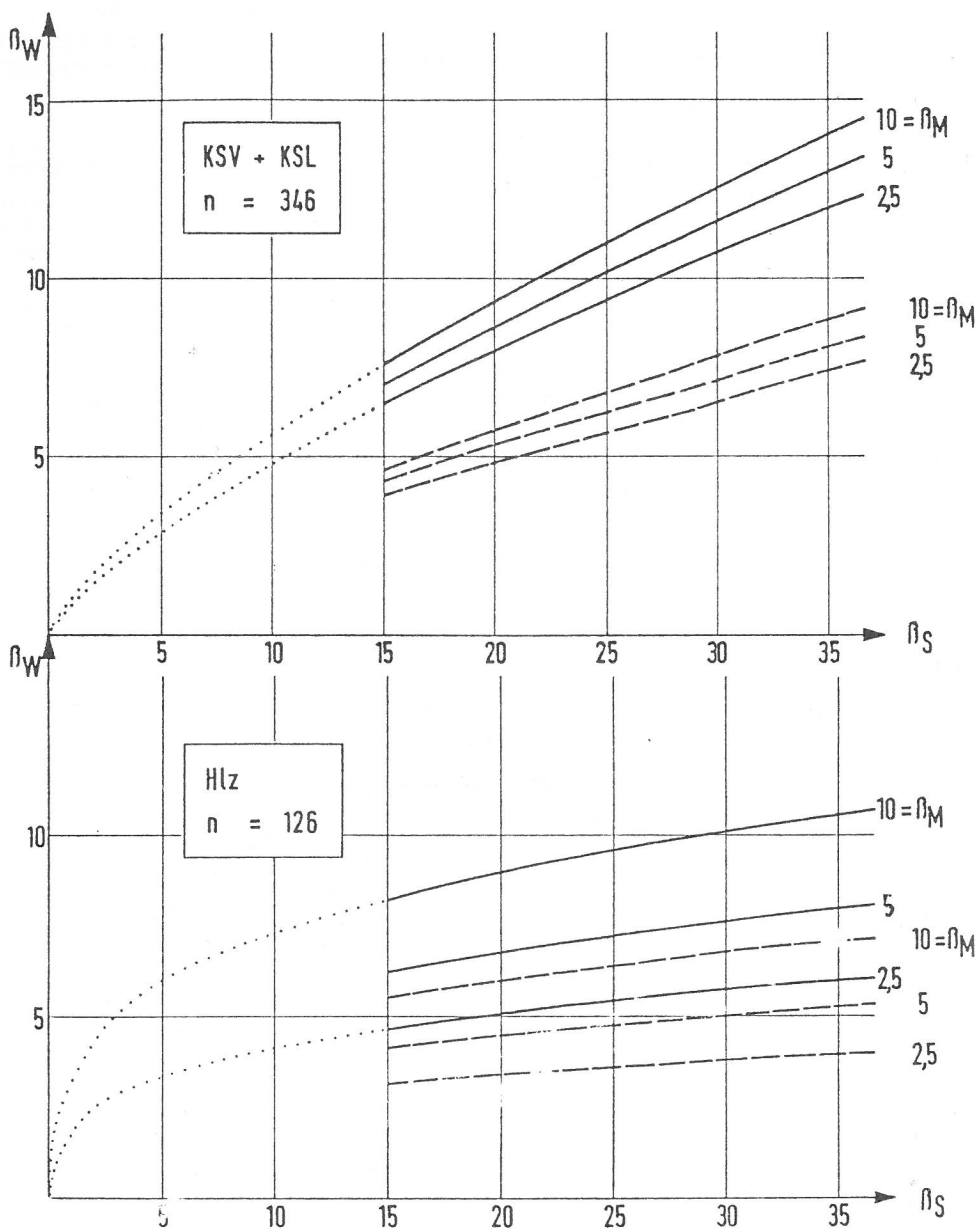


Bild 4 : Wandfestigkeit σ_W in Abhängigkeit von Steinfestigkeit σ_S (Mittelwert) und Mörtelfestigkeit σ_M für Kalksand-Vollsteine (KSV) und -Lochsteine (KSL) und für Hochlochziegel (Hlz)

— Mittelwert

- - - 5% - Fraktile

[N / mm²]

5) Aus den Bildern ergibt sich, daß eine einzige geschlossene Funktion für die Wandfestigkeit in Abhängigkeit von der Stein- und Mörtelfestigkeit für alle Steinarten zwangsläufig ungenau sein muß. Will man dennoch eine derartige Funktion als Faustformel gewinnen, liefert die Auswertung aller 925 Versuche gemäß Tabelle 1 die Mittelwertfunktion

$$\bar{x}_1 = 0,83 \cdot x^{0,66} \cdot y^{0,18} \quad (25a)$$

oder für Prüfkörper der Schlankheit $h/d = 5$

$$\beta_W = 0,83 \cdot \beta_S^{0,66} \cdot \beta_M^{0,18} \quad (25b)$$

β_S und β_M sind darin Mittelwerte der Stein- und Mörtelfestigkeit und nicht etwa deren Fraktilwerte. (25) ist in den Bildern 3, 5 und 6 als strichpunktierte Kurve angedeutet.

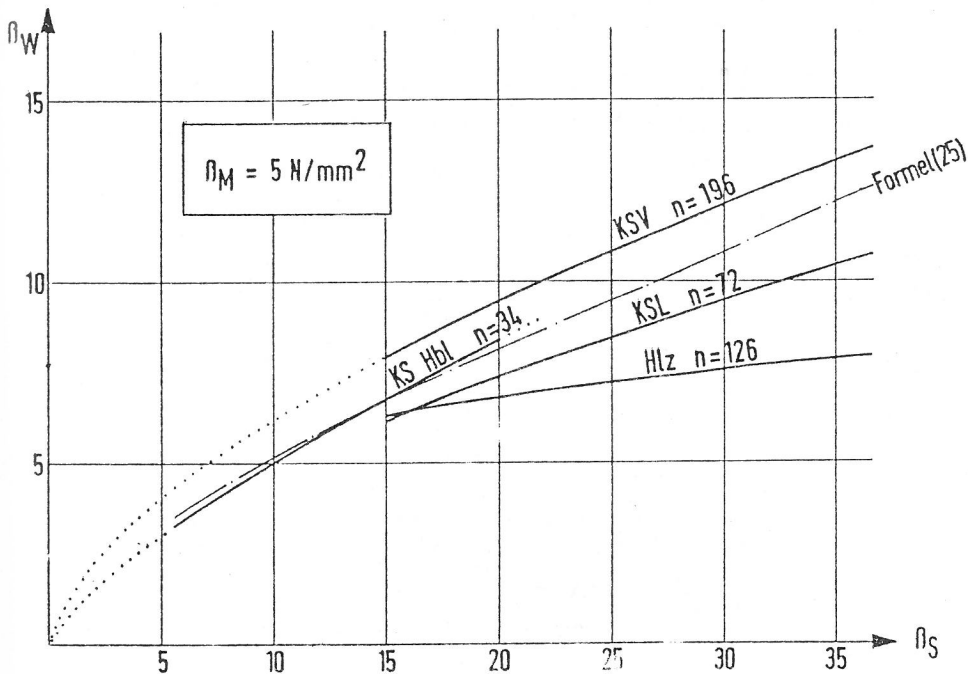


Bild 5 : Wandfestigkeit β_W in Abhängigkeit von Steinfestigkeit β_S (Mittelwert) für Mörtelfestigkeit $\beta_M = 5$. Vergleich der Mittelwerte für verschiedene Steinarten.
[N/mm²]

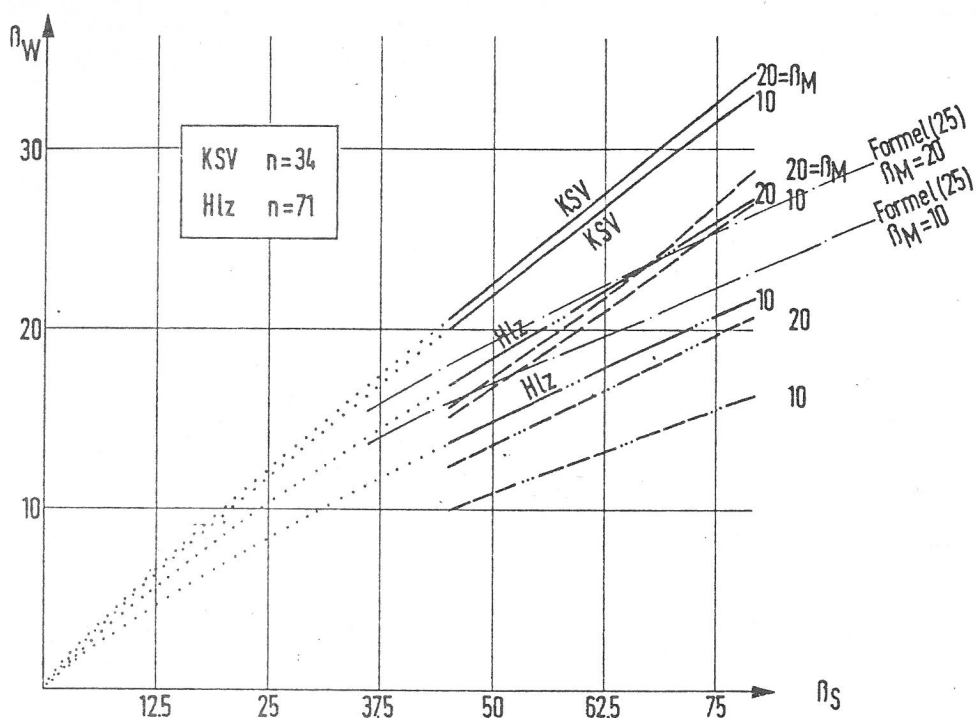


Bild 6 : Wandfestigkeit σ_W in Abhängigkeit von Steinfestigkeit σ_S (Mittelwert) und Mörtelfestigkeit σ_M für hochfeste Steine und hochfesten Mörtel. [N/mm²]

— Mittelwert KSV — Mittelwert Hlz
 - - - 5%-Fraktile KSV - - - 5%-Fraktile Hlz

Literatur:

- [1] Kirtschig und Kasten: Auswertung von Versuchsergebnissen, Heft 43 des Instituts für Baustoffkunde und Materialprüfung der Universität Hannover, 1979
- [2] Sachs: Statistische Auswertungsmethoden, Springer Heidelberg, 1968, Seite 435
- [3] Graf-Hennige-Stange: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik, 2. Auflage, Springer 1966, Seite 61, Gleichung 5.4.5
- [4] Struck, W.: Statistische Auswertung der Ergebnisse von Versuchen an Bauteilen und Baustoffen, Bautechnik 1969, Seite 75