

Druckfestigkeit von Mauerwerk aus Bruchsteinen

Compressive strength of masonry walls in quarry stone

von

Prof. Dr.-Ing. W. Mann und Dipl.-Ing. H. Rustmeier

Technische Hochschule Darmstadt, Deutschland

Zusammenfassung: Eine Bruchtheorie für Mauerwerk aus Bruchsteinen unter Druckbelastung wird entwickelt und zahlenmäßig und graphisch ausgewertet. Es zeigt sich, daß die Wandfestigkeit insbesondere von der Mörtelfestigkeit, vom Verhältnis der Fugendicke zur querdehnungsbehinderten Fugenlänge, von der Fugenneigung und vom Anteil an lastübertragender Mörtelfläche über jeder Steinschicht abhängt. Die theoretischen Ergebnisse stimmen mit ersten Kleinversuchen gut überein.

Abstract: A failure theory is developed for masonry walls constructed in quarry stones under compressive loading and evaluated numerically and graphically. It is shown that the wall strength is especially dependent on mortar strength, on the relationship of joint thickness to joint length, on joint inclination and on the size of load-transmitting mortar area above each stone course. The theoretical results correspond well with the first small-scale test results.

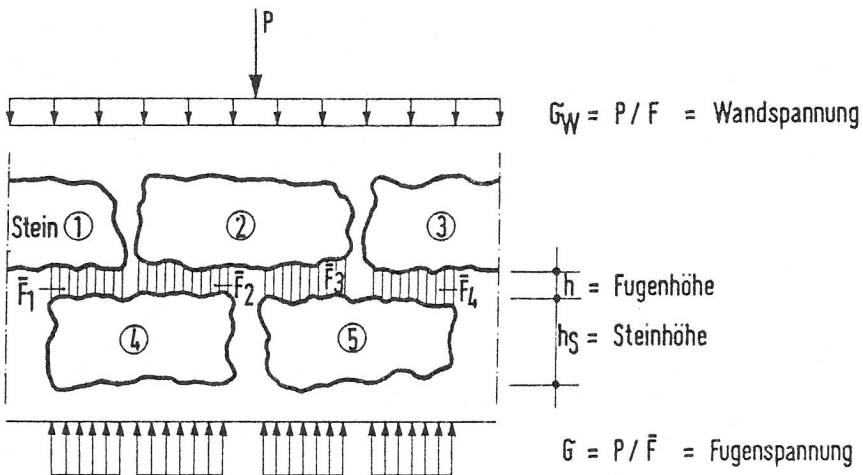
1. Einleitung

Die statische Nachrechnung von altem Mauerwerk aus Bruchsteinen ergibt immer wieder, daß die in DIN 1053, Tabelle 13, festgelegten zulässigen Spannungen bei weitem nicht ausreichen, um die Standsicherheit nachzuweisen. Oft beträgt schon das Eigengewicht der Konstruktion, das seit Jahrhunderten ohne Schäden getragen wurde, ein Mehrfaches dieser zulässigen Spannungen. Leider sind keine Versuche an derartigem Mauerwerk bekannt geworden. Es besteht auch keine Bruchtheorie, mit deren Hilfe die statische Güte von Bruchsteinmauerwerk wenigstens qualitativ beurteilt werden könnte.

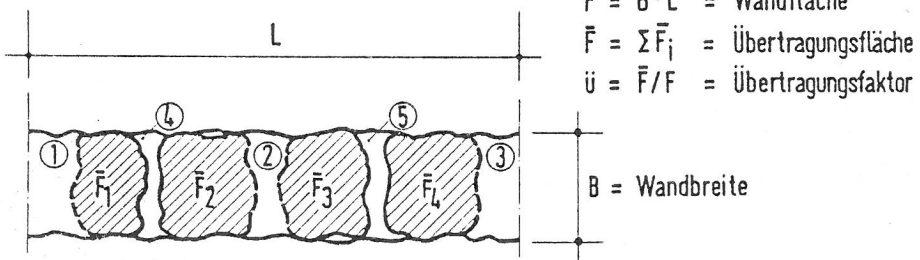
Um die Lücke ein wenig zu füllen, wird im folgenden eine Bruchtheorie für das Druckversagen von Bruchsteinmauerwerk entwickelt und für übliche Stein- und Fugenabmessungen ausgewertet. Sie kann noch nicht im vollen Umfang als bestätigt gelten, da sie bisher nur an einigen wenigen Kleinversuchen überprüft wurde. Dabei allerdings zeigte sich befriedigende Übereinstimmung, so daß sie zumindest als Anhalt für die Beurteilung der Tragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk dienen kann.

2. Bezeichnungen

B	Wandbreite
L	Wandlänge
h	Fugendicke
d	Länge des Fugenabschnitts, dessen Querdehnung behindert ist, also Durchmesser der Übertragungsfläche oder Durchmesser des Steines
α	Neigungswinkel der Fuge
$\beta_{wi}; \sigma_w$	Festigkeit bzw. Spannung der Bruchsteinwand
β_M	Mörtelfestigkeit, geprüft an Prüfkörpern $h/d = 1$
β_x	Fugenfestigkeit der Mörtelfuge
$\beta_s; \sigma_s$	Festigkeit bzw. Spannung des Steines
ρ	Innerer Reibungswinkel des Fugenmörtels
c	Kohäsion des Fugenmörtels
$\eta = \sigma_y / \sigma_x$	Verhältniswert der Querspannung zur Druckspannung in der Mörtelfuge
$\bar{u} = \bar{F} / F$	Übertragungsfaktor = statisch wirksame Übertragungsfläche \bar{F} : Querschnittsfläche F



Vertikal-Schnitt



Grundriß

Bild 1: Modell der Kraftübertragung in Bruchsteinmauerwerk

3. Bruchmodell

Mauerwerk aus Bruchsteinen unterscheidet sich von Mauerwerk aus künstlichen Steinen in mehrfacher Hinsicht: Die Fugen sind dicker und unregelmäßiger; der Verband der Steine weniger gleichmäßig; die Steine haben i. A. höhere Druckfestigkeit und vor allem höhere Zugfestigkeit als die künstlichen Steine. Aus diesem Grund ist die Versagensursache bei Mauerwerk aus künstlichen Steinen, nämlich Zerreißen der Steine infolge der Querdehnung des Mörtels, nicht auf Bruchsteinmauerwerk übertragbar. Aus dem gleichen Grund sind auch die üblichen Näherungsformeln, mit denen die Wandfestigkeit aus der Stein- und Mörtelfestigkeit abgeleitet werden kann, hier nicht anwendbar.

Eine Wand aus Bruchsteinen nach Bild 1 überträgt die Druckspannung σ_w von einer Steinschicht zur nächsten vorwiegend über den Mörtel der schraffiert dargestellten Übertragungsflächen \bar{F}_i . Die übrigen Mörtelflächen, nämlich die der Stoßfugen-Vermörtelung, können sich nur in sehr geringem Umfang an der Kraftübertragung beteiligen, da ihr E-Modul wesentlich geringer als der der Steine ist, und da der Mörtel sich durch Schwinden und Kriechen der Spannungsaufnahme entzieht. Die einzelnen Steine stützen sich also vorwiegend über die Übertragungsflächen \bar{F}_i auf die nächsten Steine ab.

Definiert man als Übertragungsfaktor $\mu = \bar{F}/F = \Sigma \bar{F}_i/F$, so herrscht in den Übertragungsflächen die Druckspannung

$$\sigma = \sigma_w / \mu \quad (1)$$

Das Druckversagen tritt ein, wenn der Mörtel in der Übertragungsfläche unter σ versagt. Dieser Fall ist neben der Mörtelgüte insbesondere von der Behinderung der Querdehnung, deshalb von den Abmessungen und der Neigung der Fuge abhängig.

Es wird besonders darauf hingewiesen, daß erfahrungsgemäß Wanddicken $d > 50$ cm oft als zweischaliges Mauerwerk mit wenig tragfähiger Zwischenschicht ausgeführt wurde. Hier sind als Übertragungsflächen natürlich nur die Flächen der gemauerten Außenschalen zu berücksichtigen.

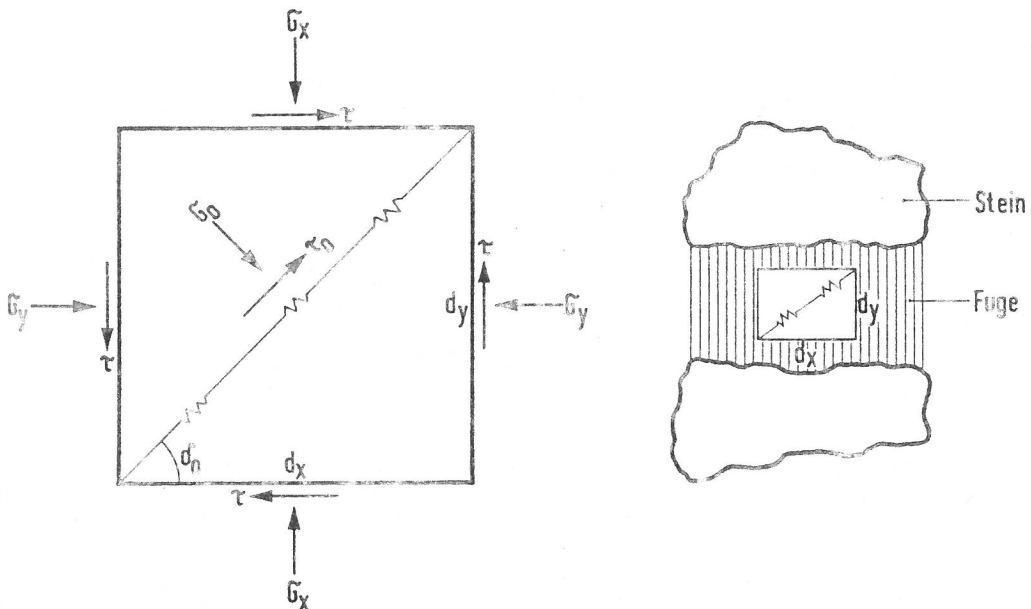


Bild 2 : Spannungen an einem Element der Mörtelfuge

4. Tragfähigkeit der Mörtelfuge

4.1. Allgemeine Bruchbedingung

Das Versagen der Mörtelfuge ist nach der Bruchhypothese von Mohr zu bestimmen. Ein Element, das aus der Fuge herausgeschnitten wird und nach Bild 2 von den Spannungen σ_x , σ_y und τ beansprucht ist, wird unter einem bestimmten Winkel δ_0 dann versagen, wenn in dieser Schnittebene nach dem Reibungsgesetz gilt

$$\tau_0 = c + \sigma_0 \cdot \tan \rho \quad (2)$$

Hierin ist c die Kohäsion oder die Zugfestigkeit des Materials, ρ der innere Reibungswinkel. Der Winkel δ_0 folgt aus der Bedingung $\tau_0 - (c + \sigma_0 \cdot \tan \rho) = \text{extrem}$:

$$\tan 2\delta_0 = \frac{2\tau \cdot \tan \rho - (\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau + \tan \rho \cdot (\sigma_x - \sigma_y)} \quad (3)$$

Die Spannungen in der durch δ_0 festgelegten Bruchfuge ergeben sich aus den bekannten Transformationen

$$\sigma_0 = \sigma_x \cdot \cos^2 \delta_0 + \sigma_y \cdot \sin^2 \delta_0 - \tau \cdot \sin 2\delta_0 \quad (4a)$$

$$\tau_0 = (\sigma_y - \sigma_x) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\delta_0 + \tau \cdot \cos 2\delta_0 \quad (4b)$$

Diese Werte in (2) eingesetzt, erhält man die Bedingungsgleichung des Bruchzustandes

$$2c \cdot \cos \rho + (\sigma_x + \sigma_y) \cdot \sin \rho = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (5)$$

Da im folgenden reine Druckbeanspruchung betrachtet wird, gilt $\tau = 0$. Da bei reiner Druckbeanspruchung σ_y die aus Querdehnungsbehinderung entstehende Querspannung σ_y proportional zu σ_x ist, wird das Spannungsverhältnis η definiert:

$$\sigma_y / \sigma_x = \eta \quad (6)$$

Damit lautet die so vereinfachte Bruchbedingung der Fuge

$$\sigma_x = \beta_x = \frac{2c \cdot \cos \rho}{(1 - \sin \rho) - (1 + \sin \rho) \cdot \eta} \quad (7)$$

Der Verhältniswert η hängt von der Form des Prüfkörpers ab (Bild 3). Es ist üblich, die Druckfestigkeit des Mörtels β_M als Würfelfestigkeit an Proben der Schlankheit $h/d = 1$ zu messen. Bezeichnet man dafür $\eta(h/d=1) = \eta_1$, so läßt sich (7) umformen:

$$\beta_x = \beta_M \cdot \frac{(1 - \sin \rho) - (1 + \sin \rho) \cdot \eta_1}{(1 - \sin \rho) - (1 + \sin \rho) \cdot \eta} = \beta_M \cdot \frac{1 - \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \cdot \eta_1}{1 - \frac{1 + \sin \rho}{1 - \sin \rho} \cdot \eta} \quad (8)$$

4.2. Behinderung der Querdehnung in der Fuge

Mit der Querdehnungszahl μ lautet die Querdehnung ϵ_y im 3-dimensionalen Spannungszustand

$$E \cdot \epsilon_y = \sigma_y - \mu (\sigma_x + \sigma_z) \quad (9)$$

Es wird vorausgesetzt, daß die Steine im Verhältnis zur Mörtelfuge so starr sind, daß für sehr dünne Fugen ($h/d \rightarrow 0$) die Bedingung $E \cdot \epsilon_y = 0$ angenommen werden kann. Damit und mit der bei annähernden Kreis- oder Quadratquerschnitten geltenden Beziehung $\sigma_z = \sigma_y$ folgt aus (9) für sehr dünne Fugen der Verhältniswert

$$\eta (h/d \rightarrow 0) = \eta_0 = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (10)$$

Es ist bekannt, daß für $h/d \geq 1,5$ der Querdehnungseinfluß auch bei starren Druckplatten vernachlässigbar gering ist, so daß dafür gilt $\eta (h/d \geq 1,5) = 0$. Für den Zwischenbereich $0 < h/d < 1,5$ lieferte der mechanisch sinnvolle Ansatz

$$\eta = \eta_0 \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \frac{h}{d}\right)^2 \quad (11)$$

die beste Annäherung an Versuchsergebnisse, z. B. an [11 und [2], so daß dieser Ansatz im folgenden verwendet wird. Daraus folgt

$$\eta_1 = \eta (h/d = 1) = \frac{8}{9} \cdot \eta_0$$

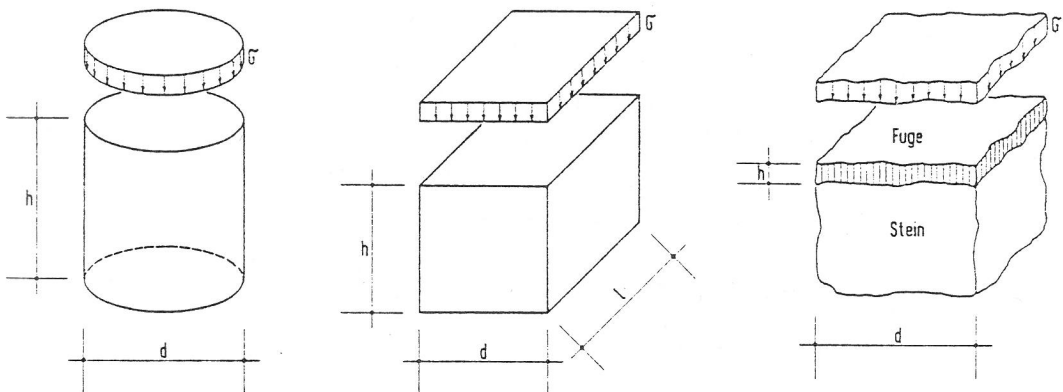


Bild 3 : Abmessungen der Mörtelprüfkörper und Fugenkörper

4.3. Tragfähigkeit und Formfaktor für horizontale Fugen

Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die Bruchspannung sehr dünner Fugen ($h/d \rightarrow 0$) gegen unendlich anwächst. Dies bedeutet, daß der Nenner in (8) für $\eta = \eta_0$ gegen Null gehen muß. Daraus folgt

$$\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot \eta_0 \approx 1 \quad (12)$$

Zur Vereinfachung wird im folgenden die rechte Seite von (12) = 1 gesetzt.

Diese Bedingung wäre z. B. mit dem nach Versuchsberichten durchaus wahrscheinlichen Wertepaar $\mu = 0,2$ bzw. $\eta_0 = 0,25$ und $\tan \varphi = 0,75$, also $\sin \varphi = 0,6$, erfüllt. Setzt man (11) und (12) in (8) ein, so erhält man die Bruchspannung der horizontalen Fuge für den Bereich $0 < h/d < 1,5$:

$$\beta_x = \beta_M \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - (1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{d})^2} \quad (13)$$

Der Formfaktor $f = \beta_x / \beta_M$ lautet also für diesen Bereich:

$$f = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - (1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{d})^2} \quad (14)$$

Diese theoretisch abgeleiteten Gleichungen entsprechen den Versuchswerten nach [1] und [2] mit befriedigender Genauigkeit. Sie sind in Bild 6 für $\alpha = 0$ graphisch dargestellt. Man erkennt, daß für $h/d = 1$ die Würfelfestigkeit β_M des Mörtels und für $h/d = 1,5$ die ebenfalls durch Versuche bestätigte Prismenfestigkeit $\beta_x(1,5) = 0,88 \cdot \beta_M$ entsteht; Schlankheiten $h/d > 1,5$ sind hier nicht weiter von Bedeutung.

4.4. Tragfähigkeit und Formfaktor der geneigten Fuge

Da bei Bruchsteinmauerwerk geneigte Fugen auftreten, ist der Einfluß einer Fugeneigung α zu berücksichtigen. Der Bruchzustand einer Fuge ohne Querdehnungsbehinderung unter σ_x ändert sich durch die Neigung nicht, da man das geneigte Element aus einem größeren horizontalen Element gemäß Bild 4 herauschneiden kann, für das ebenfalls der Hauptspannungszustand σ_x gilt. Die durch die angrenzenden Steine bedingte Querdehnungsbehinderung hingegen bewirkt Querspannungen

$$\sigma_\eta = \eta \cdot \sigma_x = \eta \cdot \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha \quad (15)$$

aus denen durch Transformation die senkrecht zur Kraftwirkungslinie gerichteten Querspannungen σ_y folgen:

$$\sigma_y = \sigma_\eta \cdot \cos^2 \alpha = \eta \cdot \sigma_x \cdot \cos^4 \alpha \quad (16)$$

Die (günstig wirkende) Komponente σ_x infolge σ_η sowie die (ungünstig wirkende) Komponente τ infolge σ_η sind wegen des üblicherweise kleinen Winkels α klein und heben sich in ihrer Wirkung teilweise auf. Sie werden deshalb im folgenden in erster Näherung vereinfachend vernachlässigt.

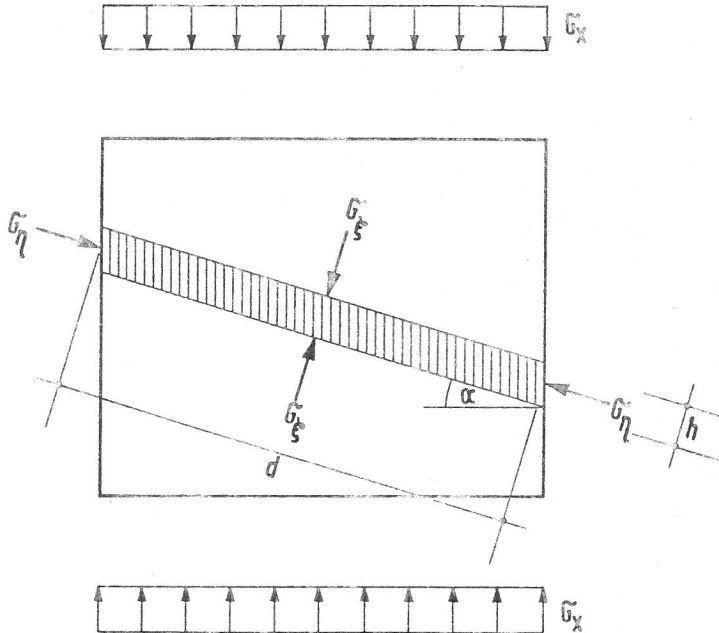


Bild 4 : Druckspannungen an einem geneigten Fugenelement

Die Bruchspannung β_x der Fugen nach Gleichungen (13) geht damit über in

$$\beta_x(h/d; \alpha) = \beta_M \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - (1 - \frac{2}{3} \frac{h}{d})^2 \cdot \cos^4 \alpha} \quad (17)$$

Der durch die Fugenneigung bedingte Abminderungsfaktor k_α ergibt sich daraus zu

$$k_\alpha = \frac{\beta_x(h/d; \alpha)}{\beta_x(h/d)} = \frac{1 - (1 - \frac{2}{3} \frac{h}{d})^2}{1 - (1 - \frac{2}{3} \frac{h}{d})^2 \cdot \cos^4 \alpha} \quad (18)$$

Es wird darauf hingewiesen, daß ein Reibungsversagen durch Gleiten in der Fuge zwischen Mörtel und Stein nicht zu erwarten ist, da $\tan \alpha$ üblicherweise nicht über 0,4 und damit niedriger als der Reibungswinkel liegt.

5. Steinversagen

Es läßt sich leicht nachweisen, daß die Steine nur bei extremen Verhältnissen β_S/β_M der Stein- und Mörtelfestigkeit eine Versagensursache darstellen können. Im allgemeinen ist die Steinfestigkeit β_S sehr viel größer als die Fugenfestigkeit β_M . Lediglich bei Mörtelgruppe III mit $\beta_M \geq 10 \text{ N/mm}^2$ kombiniert mit extrem weichen Steinen ($\beta_S < 50 \text{ N/mm}^2$) empfiehlt sich eine Überprüfung des Steinversagens.

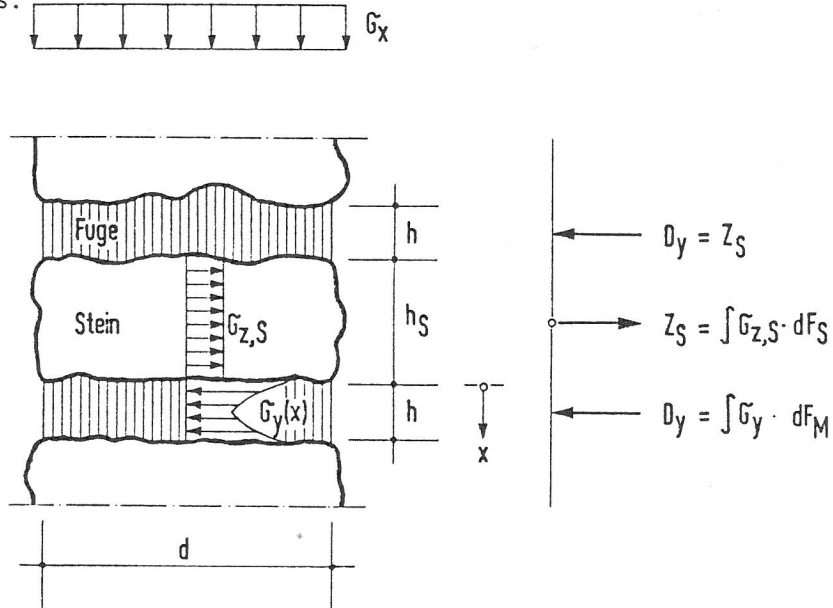


Bild 5 : Querzug-Beanspruchung des Steines infolge der Querdehnungsbehinderung in der Mörtelfuge.

Auch die Querzugbeanspruchung der Steine infolge der Querdehnungsbehinderung des Mörtels kann im Regelfall nicht zum Bruch der Steine führen. Setzt man nämlich mit (6) und analog zu (11) für die Querdruckspannung in der Mörtelfuge nach Bild 5

$$\sigma_y(x) = \sigma_x \cdot \eta = \sigma_x \cdot \eta_0 \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \frac{x}{d}\right)^2 \quad (19)$$

so folgt die Druckkraft in der Fuge durch Integration der Spannung σ_y über die Fugenhöhe h

$$D_y = 2 \int_0^{h/2} \sigma_y dx = \sigma_x \cdot \eta_0 \cdot h \left(1 - \frac{1}{3} \frac{h}{d} + \frac{1}{27} \frac{h^2}{d^2}\right) \quad (20)$$

Die Zugkraft Z_S im Stein muß aus Gründen des Gleichgewichts gleich der Druckkraft D_y in der Fuge sein, so daß die Zugspannung im Stein lautet

$$\sigma_{x,s} = \sigma_x \cdot \eta_0 \cdot \frac{h}{h_s} \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \frac{h}{d} + \frac{1}{27} \frac{h^2}{d^2}\right) \quad (21)$$

Durch Einsetzen üblicher Werte erkennt man, daß in den praktisch auftretenden Fällen kein Versagen durch Zerreißen der Steine eintreten kann.

6. Auswertung der Theorie

6.1. Graphische Darstellung des Formfaktors

Die durch Gleichung (17) ausgedrückte Bruchspannung β_x in der Mörtelfuge wurde für übliche Abmessungen ausgewertet und in Bild 6 graphisch dargestellt. Ein Vergleich dieser theoretischen Werte mit Kleinversuchen nach [2] ergab, daß als Fugenlänge d nicht nur der Durchmesser der einzelnen Übertragungsfläche \bar{F}_i , sondern der mittlere Durchmesser des Steines, also annähernd die Summe der Durchmesser zweier benachbarter Übertragungsflächen, eingesetzt werden darf. Offenbar ist bei den dünnen Fugen die einseitige Querdehnungsbehinderung durch 1 Stein so wirksam, daß die Stoßfuge der darunter liegenden Steinschicht überbrückt wird. Außerdem ist eine kegelförmige Kraftausbreitung innerhalb der Fuge und damit ein Übergang von der einzelnen Übertragungsfläche \bar{F}_i zur Steinfläche wahrscheinlich. Deshalb erscheint es zulässig, in diesem Zusammenhang zu definieren: Querdehnungsbehinderte Fugenlänge d = mittlerer Durchmesser der Steine.

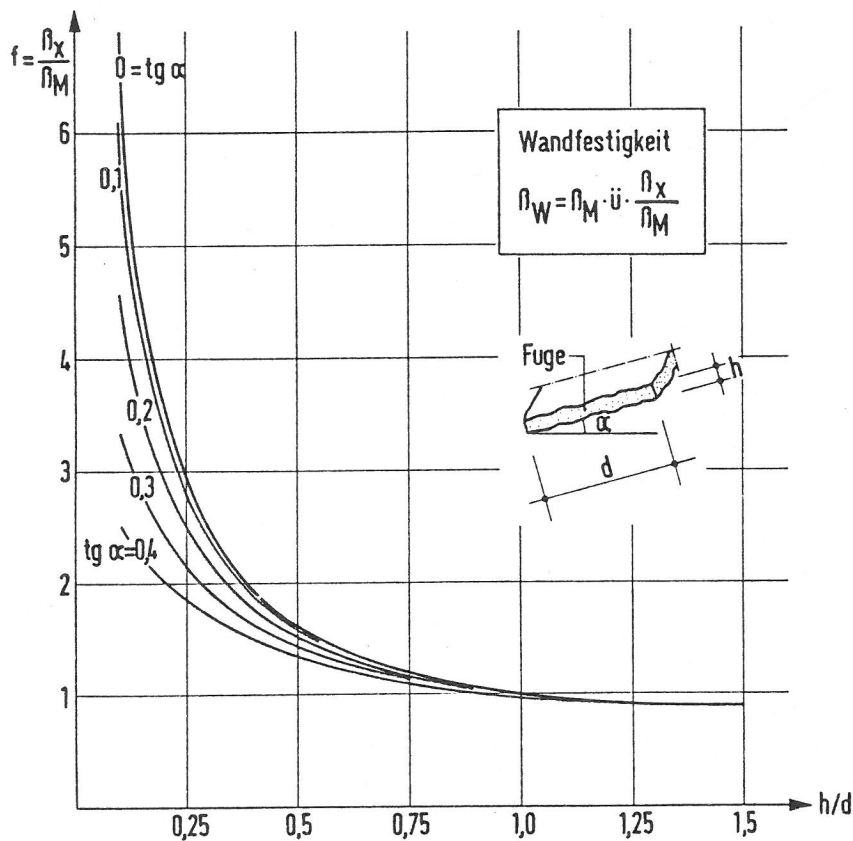


Bild 6 : Formfaktoren f der Mörtelfugen und Wandfestigkeit β_W von Bruchsteinmauerwerk.

h/d = Höhe/ Länge der wirksamen Fuge; β_M = Mörtelfestigkeit bei Prüfkörper $h/d = 1$;

\ddot{u} = Übertragungsfaktor \bar{F}/F ; α = Fugenneigung; β_x nach (17)

6.2. Zahlenwerte für Bruch- und zulässige Spannungen

Im folgenden werden einige Zahlenwerte für die Wandfestigkeit $B_W = \bar{U} \cdot B_M$ theoretisch nach (17) ermittelt. Die statische Qualität des Bruchsteinmauerwerks wird dabei gemäß der folgenden Tabelle definiert. Die Druckfestigkeit der Mörtelgruppe I (reiner Kalkmörtel) ist nach DIN 1053 nicht festgelegt. Dafür wird im folgenden mit $B_M^I = 1,0 \text{ N/mm}^2$ gerechnet.

Selbstverständlich kann es sich bei den Werten h/d , α und \bar{U} nur um Mittelwerte handeln, da die Form von Bruchsteinen und folglich auch die Form der Fugen nicht gleichmäßig ist.

Die zulässigen Spannungen ergeben sich wie üblich aus $\sigma = B_W/\gamma$, wobei ein hoher Sicherheitsbeiwert γ anzustreben ist, mindestens $\gamma = 3$, besser $\gamma = 5$. Vergleicht man die hier angegebenen zulässigen Spannungen mit den Werten nach DIN 1053, Tabelle 13, so erkennt man trotz übereinstimmender Grenzwerte erhebliche Unterschiede. Insbesondere die Abhängigkeit von der Steinfestigkeit in DIN 1053 erscheint nicht oder zumindest nicht in diesem Maße gerechtfertigt, während der Einfluß der Mörtelgüte offensichtlich nicht genügend berücksichtigt ist. Nicht erfaßt ist in Tabelle 1 der Einfluß der Schlankheit der Wand. Auf das Problem der zweischaligen Ausführung dicker Wände wurde bereits in Abschnitt 3 hingewiesen.

TABELLE 1: Theoretisch abgeleitete Werte der Bruchspannung und der zulässigen Spannung von Bruchsteinmauerwerk

Qualität		gut	mittel	schlecht	
Fugenschlankheit	im Mittel $h/d \leq$	0,10	0,15	0,20	
Fugenneigung	im Mittel $\tan \alpha \leq$	0,1	0,2	0,3	
Übertragungsfaktor	$\bar{U} = \bar{F}/F \geq$	0,7	0,6	0,5	
Wandfestigkeit B_W bei					
Mörtelgruppe I	($B_M \sim 1,0 \text{ N/mm}^2$) $B_W =$	4,2	2,2	1,2	N/mm^2
"	II ($B_M \geq 2,5$ ")	11,0	5,5	3,1	"
"	III ($B_M \geq 10,0$ ")	(42) ^x	(22) ^x	12	"
Zulässige Spannung	zul σ bei $\gamma = 5$				
Mörtelgruppe I	zul $\sigma =$	0,84	0,44	0,24	N/mm^2
"	II	2,2	1,1	0,62	"
"	III	(8,4) ^x	(4,4) ^x	2,4	"

^x) Bei diesen Werten wäre zusätzlich das Steinversagen zu überprüfen

6.3. Erkenntnisse zur Beurteilung von Bruchsteinmauerwerk

Zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk ergeben sich folgende Erkenntnisse aus der beschriebenen Theorie:

- a) Die Festigkeit β_M des Fugenmörtels beeinflusst die Wandfestigkeit β_W proportional. Je größer β_M , umso größer ist β_W .
- b) Der Anteil \bar{u} der statisch wirksamen Übertragungsflächen \bar{F} an der gesamten Querschnittsfläche F beeinflusst die Wandfestigkeit β_W proportional. Je größer \bar{u} , umso größer ist β_W .
- c) Die Schlankheit h/d der Mörtelfuge ist für die Festigkeit sehr wesentlich. Je kleiner die Fugendicke h und je größer der mittlere Durchmesser d der Einzelsteine, umso größer ist β_W .
- d) Eine Fugenneigung α verringert die Wandfestigkeit β_W . Am günstigsten wirken horizontale ($\alpha=0$), gleichmäßige, dünne Fugen.
- e) Die Steinfestigkeit β_S wird bei Bruchsteinmauerwerk im Regelfall keinen Einfluß auf β_W ausüben, da die Fugen vor den Steinen versagen. Das Steinversagen wäre dann zu berücksichtigen, wenn Steine extrem niedriger Festigkeit mit Mörtel extrem hoher Festigkeit kombiniert werden.
- f) Die Schlankheit der Wand, d. h. der Einfluß des Knickens, ist hier nicht erfaßt und muß zusätzlich berücksichtigt werden. Die Möglichkeit, daß dicke Wände mehrschalig mit kaum tragender Füllschicht ausgeführt sind, ist stets zu prüfen.

Literatur:

- [1] Schickert, G.: Formfaktoren der Betondruckfestigkeit Bautechnik 1981, Seite 52
- [2] Rustmeier, H.: Untersuchungen über Einflüsse auf die Drucktragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk (in Vorbereitung)